

М. П. Барболин

**МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ
РАЗВИВАЮЩЕГО
ОБУЧЕНИЯ**

2-е издание

Санкт-Петербург
ИД «Петрополис»

ББК 74.560

Б 24

Рецензенты:

кафедра математического анализа ЛГПИ им. А. И. Герцена;
А. Е. Марон — д-р пед. наук, профессор.

Барболин Михаил Павлович

Методологические основы развивающего обучения. 2-издание. —
СПб.: ИД «Петрополис», 2015. — 280 с.

ISBN 9785-9676-0679-3

В книге изложена предметно-деятельностная концепция развивающего обучения, которая может быть положена в основу построения методик обучения по общеобразовательным и профессионально-техническим предметам в профессиональной или общеобразовательной школе с профессиональной ориентацией. Дается алгоритмическое описание системы способов познавательной деятельности, используемых в процессе формирования общеобразовательных и профессионально-технических знаний. Раскрываются закономерности изменения методической системы, обусловленные законами развития системы познавательной деятельности.

Для научных работников, методистов, преподавателей общеобразовательных и профессионально-технических дисциплин.

© М. П. Барболин, 2015

© ИД «Петрополис», 2015

*Дорогим моим родителям
Павлу Васильевичу и Александре Андреевне
посвящается*

ПРЕДИСЛОВИЕ

На основе практического опыта, анализа работы педагогов-новаторов и теоретических исследований мы пришли к выводу о том, что главная причина отрыва теории от практики и, как следствие, застоя последней заключается в почти полном отсутствии научно обоснованных технологий обучения, ориентированных на охват целостного учебного процесса в учебном заведении или даже одного предмета. Общие вопросы дидактики рассматриваются, как правило, в отрыве от содержания, а содержание — в отрыве от методов обучения.

В настоящей работе сделана попытка в форме обобщенных методов, принципов и закономерностей раскрыть технологию обучения целостной совокупности математических, естественнонаучных и профессионально-технических предметов на основе предметной деятельности. Предложена предметно-деятельностная концепция построения методик обучения этим предметам.

Основными составляющими концепции являются: модель учебного познания, в основу которой положены единство и взаимосвязь эмпирического и теоретического знания и процесса познания, единство и взаимосвязь различных типов, видов и уровней мышления; модель способа познавательной деятельности, выполняющая функции исходной системообразующей диалектически развивающейся «клеточки» учебного процесса, базирующаяся на таких положениях, как предложенный нами общепедагогический закон определяющей роли способа познавательной деятельности, единство и взаимосвязь логического и психологического — внешнего и внутреннего; методическая модель учебного процесса, представляемая в виде многомерного пространства, определяющего функционирование, изменение и развитие исходной клеточки, и используемая в качестве аппарата управления способами познавательной деятельности в условиях методической системы.

МЕТОДОЛОГИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ЛОГИКИ И СТРУКТУРЫ ИССЛЕДОВАНИЯ (ВМЕСТО ВВЕДЕНИЯ)

Глобальной целью образования и обучения является подготовка учащихся к жизни в обществе с определенными социальными установками и определенным уровнем развития производительных сил и производственных отношений. Такого рода подготовка возможна только в том случае, если, во-первых, становление личности учащегося будет осуществляться в рамках модели обучения и воспитания, отражающей реальную действительность, во-вторых, эта модель по мере своего развития будет приближаться к реальной действительности и в конечном итоге сливаться с ней, переходить в нее.

Из сказанного вытекает, что модель обучения и воспитания должна основываться (если не сказать больше — в миниатюре повторять) на тех же философских и методологических законах и установках, на которых основывается, существует и по которым развивается общество. В настоящее время в педагогической науке в отдельных аспектах вопросы обучения, образования и воспитания разработаны достаточно глубоко, но в плане построения целостных моделей (пожалуй, за исключением исследований В. С. Ильина) проблема ждет своего решения. Поэтому, рассматривая обучение, образование с позиций целостности, необходимо брать за основу в первую очередь фундаментальные положения и законы, определяющие существование, развитие и функционирование природы, производства и общества.

В нашем исследовании нас интересует модель обучения. Поэтому и выделять методологическую основу мы будем только для нее. При этом заметим, что данная модель, являясь целостной системой, 1) служит подсистемой системы образования и воспитания в широком смысле слова и 2) образует содержательное ядро этих последних. А это означает, что, определив для нее базис и построив саму модель, затем расширяя базис, мы можем по мере необходимости расширить и модель или включить ее в более широкую.

С этих позиций, определяющих в некоторой степени требования к будущей модели, становится ясным, что при ее построении в качестве исходных следует брать те положения и законы, которые образуют ядро материалистической диалектики. Именно они позволят построить модель обучения, наиболее адекватно отражающую реальную

действительность и в процессе своего развития приближающуюся к ней.

В самом деле, говоря о законах диалектики, Ф. Энгельс отмечает: «...история природы и человеческого общества — вот откуда абстрагируются законы диалектики. Они как раз не что иное, как наиболее общие законы обеих этих фаз исторического развития, а также самого мышления. По сути дела они сводятся к следующим трем законам:

Закон перехода количества в качество и обратно.

Закон взаимного проникновения противоположностей.

Закон отрицания отрицания»¹.

Эти законы должны лечь и в основу построения целостной модели обучения.

Другим важным шагом в методологическом обосновании исследования является определение содержательной основы (носителя) и системообразующего фактора строящейся модели обучения, формирующих ее характер. Характер модели обучения будет зависеть от специфики учебно-познавательной и практической деятельности. «Только уяснение творческого характера субъекта позволяет рассматривать и объект познания в его конкретно-исторической форме, в неразрывном единстве с деятельностью, в этом смысле рассматривать его субъективно, а тем самым в диалектическом развитии»². Более того, «классики марксизма-ленинизма обстоятельно раскрыли и провели по всем основным проблемам гносеологии фундаментальный тезис о диалектике как теории познания. Они показали, что все без исключения законы диалектики, а также то, что называют диалектическими категориями, повсеместно действуют в процессе познания, начиная с его простейшего исходного пункта — чувственного познания и кончая высшим уровнем его современного развития — диалектическим мышлением»³.

Отсюда вытекает, что содержательной основой модели должна служить познавательная деятельность. И перечисленные законы должны найти отражение в учебном познании. Реализация этих законов позволит раскрыть не только диалектику познавательной деятельности в учебном процессе, но и взаимосвязь исторического и логического, а следовательно, ее структуру и генезис.

¹ Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 20. С. 384.

² Диалектика процесса познания / Под ред. М. Н. Алексеева, А. М. Коршунова. М., 1985. С. 12

³ Там же. С. 5.

Однако рассмотрение познавательной деятельности могло бы оказаться односторонним, если при этом мы не учли ее объективный характер. «Решая теоретико-познавательные проблемы, необходимо вскрыть сам объективный, диалектический характер познания, взятого во всем его объеме и содержании»⁴. А объективность рассмотрения предполагает соответствующее отражение в строящейся теории основного вопроса философии, связи с материальным миром.

В рамках модели обучения эта проблема может быть решена через взаимосвязь познавательной и профессиональной деятельности. Основой при этом может служить следующее положение философии: «Марксистская теория познания столь же диалектична, сколь и материалистична, она признает как развитие познания, так и обусловленность его объективным миром, общественной практикой. Одно невозможно отделить от другого»⁵. Отсюда ясно, что познавательная деятельность в обучении в профессиональной школе должна отражать общественную практику. Общественная практика раскладывается на две важные составляющие — практическую деятельность и познавательную, в частности научное исследование и познание. А это означает, что познавательная деятельность, организуемая в профессиональной школе в целом и в конкретном учебном процессе, должна отражать характер профессиональной деятельности, с одной стороны, и характер научного познания и научного исследования соответствующей науки, изменяясь, развиваясь и приближаясь к ним, с другой.

Применяя марксистское положение о связи познавательной деятельности с законами диалектики в условиях обучения, важно подчеркнуть, что последние должны найти в ней не формальное отражение или лежать в основе ее, а сама познавательная деятельность (по аналогии с диалектикой процесса познания вообще) как система должна развиваться по законам диалектики. Это означает, что основным содержанием обсуждаемой модели обучения должна служить познавательная деятельность в условиях учебного процесса. Причем она должна в единстве отражать профессиональную (в частности, производственную деятельность) и научную (в частности, исследовательскую) деятельность и рассматриваться в развитии. Ибо «...именно и только в ходе деятельности природные предметы и явления стано-

⁴ Диалектика процесса познания / Под ред. М. Н. Алексеева, А. М. Коршунова. С. 5.

⁵ Там же. С. 6.

вятся функционально значимыми как объекты деятельности и познания»⁶.

Итак, мы определили логическую основу и частично рассмотрели вопрос о содержательной стороне построения модели обучения. Прежде чем продолжить Прогнозирование содержания модели, важно теперь в самом общем виде определить ее структуру.

Говоря о модели обучения, мы имеем в виду определенное теоретическое описание учебного процесса как объекта нашего исследования и познания. Теоретическое описание как система знаний во многом зависит от того, как изучается объект, как он познается и в какой очередности строится описание.

В существующих педагогических теориях легко выделить два основных подхода: «сверху» и «снизу» (изнутри). При первом подходе объект рассматривается и описывается во внешних его проявлениях, а затем выясняется сущностная сторона этих проявлений. Примером такого подхода могут служить педагогические теории, в которых во главу угла ставятся методы обучения, классифицируемые по внешним признакам. Сначала здесь описываются внешние формы проявления сущности, например приемы деятельности учителя и приемы деятельности учащихся, а затем выясняется их внутреннее содержание через содержание обучения или через механизмы мышления.

Другой подход предполагает изучение в первую очередь внутренней стороны объекта — содержания и сущности, а затем дается описание внешних проявлений и форм. В соответствии с этим подходом в обучении должны в первую очередь раскрываться вопросы учебного познания и затем прогнозироваться или описываться приемы учения, преподавания, средства, формы и методы управления познавательной деятельностью учащихся.

Нетрудно понять, что подход «сверху» не может быть признан в достаточной степени научно обоснованным. Если внешние формы берутся из опыта, то этот подход способен выполнить лишь объясняющую функцию. Если же они моделируются логически, то здесь неизбежен отрыв идеального от реального, ибо происходит «переворачивание» диалектико-материалистического метода в аспекте материализма (материальное лежит в основе, а не наоборот).

Поэтому единственно верным при изучении любого объекта, в том числе педагогического, и построении соответствующей теории будет подход «изнутри», ориентированный сначала на изучение внутренне-

⁶ Там же. С. 15.

го содержания и сущности познаваемого объекта. Подобный подход был использован К. Марксом в «Капитале». Структура такого изучения изложена в сжатом виде в первой главе III тома «Капитала». Приведем это описание. «В первой книге были исследованы те явления, которые представляет капиталистический *процесс производства*, взятый сам по себе как непосредственный процесс производства, причем оставались в стороне все вторичные воздействия чуждых ему обстоятельств. Но этим непосредственным процессом производства еще не исчерпывается жизненный путь капитала. В действительном мире он дополняется *процессом обращения*, который составил предмет исследования второй книги. Там, — именно в третьем отделе, при рассмотрении процесса обращения как опосредствования общественного процесса воспроизводства, — оказалось, что капиталистический процесс производства, рассматриваемый в целом, есть единство процесса производства и обращения. Что касается того, о чем идет речь в этой третьей книге, то оно не может сводиться к общим рассуждениям относительно этого единства. Напротив, здесь необходимо найти и показать те конкретные формы, которые возникают из *процесса движения капитала, рассматриваемого как целое*. В своем действительном движении капиталы противостоят друг другу в таких конкретных формах, по отношению к которым вид [Gestalt] капитала в непосредственном процессе производства, так же как и его вид в процессе обращения, выступает лишь в качестве особых моментов. Видоизменения капитала, как мы их развиваем в этой книге, шаг за шагом приближаются таким образом к той форме, в которой они выступают на поверхности общества, в воздействии разных капиталов друг на друга, в конкуренции и в обыденном сознании самих агентов производства»⁷.

Выделенные уровни рассмотрения капитала не случайны. В основе такого деления лежат различные виды отношений субъектов и объектов. Нетрудно увидеть три вида основных взаимодействий: 1) взаимодействие на уровне объектов, 2) взаимодействие на уровне знаний (и способов действия) об объектах, 3) взаимодействие на уровне субъектов. Выделение этих трех уровней обусловлено тем, что объект и субъект связаны между собой системой знаний и способов деятельности.

⁷ Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 25. Ч. I. С. 29.

В обучении можно выделить два основных объекта: изучаемый (познаваемый) объект и процесс мышления изучающего. Поэтому, рассматривая в качестве первого объекта объективную реальность, а в качестве второго — мышление (и познание) учащегося, в обучении можно говорить о *первом* уровне — уровне непосредственного «производства» знаний об объективной реальности. *Вторым* уровнем будет уровень взаимодействия объектов с использованием средств обучения, являющихся материальным выражением знаний об объективной реальности и мыследеятельности изучающего. *Третий* уровень — это уровень взаимодействия субъектов — личностей, являющихся носителями знаний об объективной реальности, т. е. учителя и учащихся.

Таким образом, мы приходим к выводу о том, что структура исследования учебного процесса должна включать три уровня:

первый — уровень познавательного процесса;

второй — уровень методической системы (собственно методики обучения);

третий — уровень взаимодействия участников учебного процесса (в частности, учителя и учащихся).

На первом уровне выясняются сущностные свойства процесса обучения, его внутреннее содержание, основу которого образует процесс мышления и познания. Выявляется генетическая составляющая, определяется состав и структура внутреннего содержания, устанавливается системообразующий компонент учебного процесса как целостности.

На втором уровне изучаются возможные опосредствования процессов мышления и познания. Выясняются характер связи методических средств с внутренним содержанием учебного процесса, состав, структура и генезис методической системы.

На третьем уровне учебный процесс рассматривается как взаимодействие учителя и учащихся в его целостности. Приемы деятельности учителя и учащихся расцениваются как форма выражения внутреннего содержания и сущности учебного процесса.

Названные уровни соответствуют категориальной структуре теоретической системы, в которой философы выделяют три основные категории: исходную, центральную и завершающую. «Исходная категория выражает субстанциальное единство всей предметной области

теории, центральная — сущность, завершающая — необходимую форму проявления сущности»⁸.

Реализация такого рода структуры исследования процесса обучения возможна при условии целостного системного подхода. Для определения главных характеристик такого подхода за основу можно взять общие положения системного исследования, приведенные в работе В. Г. Афанасьева. «В исследовании социальной системы любого уровня, любой степени организации неперменны по крайней мере четыре элемента:

объективно существующая система (система—объект), являющаяся источником системного научного знания, система — прообраз теоретической системы;

теоретическая научная система как отражение в мышлении объективно существующей системы;

движение этой теоретической системы в направлении все более адекватного отражения объективно существующей системы;

практика как исходный пункт познания, его основа и критерий истинности, как сфера использования знаний о системе»⁹.

Учитывая обозначенные области применения этих положений, их можно интерпретировать применительно к системе познавательной деятельности:

в качестве объективно существующей системы (системы — объекта), являющейся источником системного знания, будет выступать система предметно-преобразующей деятельности человека, включая научную деятельность;

в качестве научной системы как отражения в мышлении объективно существующей системы предметно-преобразующей деятельности целесообразно рассматривать систему познавательной деятельности в обучении;

система учебной познавательной деятельности должна находиться в состоянии движения, при этом все более адекватно отражая систему предметно-преобразующей деятельности человека;

в качестве основы и критерия истинности, а также сферы применения знаний о системе познавательной деятельности, реализуемой в обучении, будет выступать система предметно-преобразующей деятельности человека.

⁸ Диалектическая логика / Под ред. З. М. Оруджева, А. П. Шептулина. М., 1986.

⁹ Афанасьев В. Г. Общество: системность, познание и управление. М., 1981. С. 3.

Однако, говоря о системном подходе применительно к деятельности, нетрудно заметить, что в содержание понятия «система» не включена динамика элементов системы, их внутреннее развитие, в то время как познавательная деятельность как целое в качестве основной содержательной и сущностной характеристики предполагает не только динамику, но, и развитие, поскольку в процессе познавательной деятельности предусматривается получение нового результата, а такой элемент системы познавательной деятельности, как опыт, сам носит поступательный, диалектический характер. Поэтому можно считать, что при исследовании деятельности системный подход получает дальнейшее расширение и развитие и в дальнейшем мы будем говорить не о системном, а о деятельностном подходе. А поскольку в качестве объективно существующей системы нами взята предметно-преобразующая деятельность, то применительно к нашему исследованию мы будем использовать термин «предметно-деятельностный подход» и говорить о *предметно-деятельностной концепции* нашего исследования.

Под деятельностью в условиях учебного процесса (в частности, познавательной деятельностью) мы понимаем процесс взаимодействия объекта и субъекта, ориентированный на получение нового продукта в идеальной (в форме знаний или опыта деятельности) или материальной форме, участниками которого в равной степени могут являться личности и материальные объекты.

Из данного определения видно, что в основу деятельности кладется **технология** получения того или иного продукта деятельности, а не субъект или объект (люди или материальные объекты) деятельности. В этом коренное отличие от существующих деятельностных подходов, которые используются в большинстве педагогических теорий обучения. В педагогических исследованиях чаще всего за основу берется субъект деятельности и рассматривается он как носитель этой деятельности, а технология, сам процесс получения новых результатов при этом выглядят как некоторая функция субъекта, в то время как технология — это прежде всего отношение между объектом и субъектом (реальной действительностью и познающим). Рассматривая деятельность как субъективную категорию, мы тем самым подменяем рассмотрение целостного самостоятельного процесса (технологии) его одной стороной.

Если пользоваться широко известной в педагогике терминологией (хотя и не до конца устоявшейся), то необходимо разграничивать це-

лый ряд понятий: «система познавательной деятельности», «система знаний о познавательной деятельности», «система научных знаний». Они находятся в отношении включения. Система познавательной деятельности включает две другие системы в качестве подсистем и в отличие от них включает опыт этой деятельности. Система знаний о познавательной деятельности включает в качестве подсистемы систему научных знаний и кроме нее подсистему знаний о приемах и способах их получения.

Системное раскрытие диалектики познавательного процесса предполагает восхождение от абстрактного к конкретному и в связи с этим выделение системообразующей клеточки. В нашем исследовании в качестве исходной «клеточки» учебного познания целесообразно взять способ познавательной деятельности, понимаемый как способ взаимодействия субъекта и объекта с целью получения новых знаний. Подобно тому как способ производства определяет характер экономической формации, способ познавательной деятельности определяет характер учебного познания и содержит все основные характеристики целостного учебного процесса. Вместе с тем способ познавательной деятельности представим в виде простейшей модели, и в нем концентрируются все основные противоречия учебного процесса, ведущими среди которых являются противоречия между материальным и идеальным, между практической и познавательной деятельностью. Способ познавательной деятельности — *системообразующий* компонент всего учебного процесса, в нем проявляется единство всех видов противоположностей (чувственного и рационального, внешнего и внутреннего, материального и идеального и др.) и на всех уровнях системного рассмотрения учебного процесса. А это означает, что он обладает *сущностными* характеристиками учебного процесса, всеми его основными свойствами, ведущими среди которых являются: динамичность (деятельности), системность (включая целостность, поскольку способ есть «клеточка»), развитие.

Разрешение противоречий происходит в процессе организации обучения с использованием различных методических средств. Методологической основой высказанного суждения служит философское положение о том, что «...преобразование материального в идеальное есть результат предметной деятельности и использования языковых средств»¹⁰. Отсюда следует, что рассмотрение учебного процесса не

¹⁰ Диалектика процесса познания / Под ред. М. Н. Алексеева, А. М. Коршунова. С. 38.

может ограничиваться уровнем учебного познания. Необходимо изучение его на уровне методической системы.

Здесь весьма важной становится проблема изучения состава, структуры и закономерностей изменения основных компонентов учебного процесса с позиций изменения способов познавательной деятельности в процессе развития учебного познания. В компонентах учебного процесса должны найти отражение сущностные характеристики и закономерности развития как в целом учебного познания и системы познавательной деятельности, так и конкретных способов познавательной деятельности. В результате должно быть определено основное содержание учебного процесса, посредством которого осуществляется разрешение противоречий учебного познания, указаны закономерности развития системы данного уровня.

Совокупность этих закономерностей должна явиться основой моделирования системы более высокого уровня — системы управления познавательной деятельностью посредством соотнесения управляемой и управляющей систем в процессе взаимодействия субъектов деятельности. Взаимосвязь управляемой и управляющей систем в процессе обучения выражается в форме совместной деятельности учителя и учащихся, т. е. органической взаимосвязи деятельности преподавания и деятельности учения в рамках единого познавательного процесса, в рамках конкретных способов познавательной деятельности.

В этой связи здесь важно, с одной стороны, на новом уровне реализовать закономерности развития учебного познания и методической системы, с другой стороны, выявить с учетом содержания и сущности учебного процесса собственные закономерности развития системы данного уровня и всего учебного процесса как целого.

С учетом всего вышеизложенного теперь можно сформулировать основные положения, определяющие состав, структуру и логику исследования:

1. Учебный процесс необходимо рассматривать как целостную трехуровневую диалектически развивающуюся систему познавательной деятельности.

2. Основной системообразующей «клеточкой» учебного процесса как системы должен служить способ познавательной деятельности.

3. Ведущим методом исследования при построении теории должен быть диалектико-материалистический метод.

Глава 1

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЗНАНИЙ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

При организации познавательной деятельности в профессиональной школе необходимо учитывать разноплановость научного знания и форм познания, используемых в различных учебных предметах. Вместе с тем познавательная деятельность должна отражать целостный характер научного познания, научного исследования и мышления.

С целью разработки в дальнейшем способов познавательной деятельности, применяемых в процессе формирования знаний и образующих целостную систему, в настоящей главе с учетом специфики содержания учебных предметов раскрывается структура учебного познания и соответствующая ей структура мышления, сформулированы основные принципы организации познавательной деятельности.

§ 1. Гносеологические основы построения целостной структуры учебного познания в профессиональной школе

Всякое познание протекает в объективно существующих его формах независимо от того, где оно происходило, кем оно осуществлялось. Поэтому, чтобы выяснить теоретические основы формирования познавательной деятельности в процессе обучения, обратимся к анализу объективных форм познания.

«Первая посылка теории познания, — говорил В. И. Ленин, — несомненно, состоит в том, что единственный источник наших знаний — ощущения»¹¹. «Ощущение есть образ движущейся материи. Иначе, как через ощущения, мы... ни о каких формах движения ничего узнать не можем; ощущения вызываются действием движущейся материи на наши органы чувств»¹². В то же время важно отметить, что «ощущение есть субъективный образ объективного мира...»¹³, т. е. предполагает деятельное участие субъекта.

Итак, в теории познания установлено: исходным пунктом субъективного познания являются ощущения, вызываемые движущейся ма-

¹¹ Ленин В. И. Поли. собр. соч. Т. 18. С. 127.

¹² Там же. С. 320.

¹³ Там же. С. 120.

терией, всеми объектами и процессами окружающей действительности.

Более высокая ступень чувственного познания — восприятие. Отличительная его черта — целостность, в то время как в ощущениях фиксируются отдельные стороны предметов и явлений.

На основе ощущений и восприятии создаются представления. Представление есть переходное звено от чувственного познания к рациональному. «С одной стороны, представление хотя еще и сохраняет чувственно воспринятую форму отражения предметов, но с другой стороны, в представлении уже отброшены некоторые второстепенные признаки и оставлены только наиболее важные»¹⁴. Продолжая эту мысль, А. А. Кирсанов справедливо отмечает, что, «выделяя представление как знание, заранее выраженное уже в форме некоторого обобщения и отвлечения, нужно учитывать, что существенные признаки могут переплетаться и с отдельными не существенными. К тому же представление охватывает чисто внешние признаки»¹⁵. При формировании представлений мы опираемся на ощущения и восприятия предметов окружающей действительности.

Следующий уровень развития познания — уровень понятий. В содержательном аспекте по сравнению с представлениями 'отличительной чертой на этом уровне является отражение в понятии только существенных признаков. В процессуальном аспекте отличие состоит в том, что при формировании понятий мы наряду с ощущениями и восприятиями опираемся еще и на представления. Представления здесь выступают основным опорным звеном.

Уровень понятий в иерархии форм отражения объективной реальности занимает особое место. Он является первым и основным звеном теоретического знания. Осуществляя переход от представлений к понятиям, мы совершаем, а точнее, завершаем переход от чувственного знания к рациональному, переходим на уровень теоретического знания. При этом различают эмпирические понятия и понятия теоретические.

Принято выделять два вида понятий: понятия-объекты и понятия-отношения. Для большей конкретизации целесообразно выделять три вида понятий: понятия-предметы; понятия-операции; метапонятия.

¹⁴ Кирсанов А. А. Индивидуализация учебной деятельности школьников. Казань, 1980. С. 117.

¹⁵ Там же.

Выделенные виды понятий определяют соответственно три взаимосвязанных аспекта знания и процесса познания. При этом понятия-предметы отражают предметы реальной действительности, понятия-операции отражают процессы и операции, происходящие с предметами реальной действительности; метапонятия характеризуют процесс познания объективной реальности.

Более высокий уровень рационального знания — уровень суждений. Суждения являются формой теоретического знания. При формировании суждений мы опираемся на все предыдущие уровни как эмпирических, так и теоретических знаний. Но образующими суждений являются понятия. Функции суждений многообразны. Посредством суждений можно выразить содержание и объем понятий и таким образом глубже познать их сущность и формы проявления. Суждения могут использоваться в качестве средств формирования новых понятий. С помощью их можно установить связи между понятиями, построить новые суждения.

Суждения могут быть истинными и ложными. Суждения, о которых однозначно можно сказать, истинны они или ложны, называются высказываниями.

Суждения могут быть простыми и сложными. Особый интерес для научного знания представляют сложные суждения, носящие название умозаключений и включающие, наряду с другими видами понятий, метапонятия. Умозаключения в познании используются в качестве средства установления истинности суждений.

Совокупности суждений образуют элементы теории (правила, принципы, законы и т. д.) и методы данной науки. Методы можно подразделить на специальные, описывающие преобразующую деятельность в рамках определенной науки (по решению, например, математических, технологических и других задач), и методы, описывающие познавательную деятельность (различного рода обоснования, как, например, доказательства теорем).

При построении тех и других методов основным образующим компонентом являются суждения.

Совокупность элементов теории (понятия, суждения, законы и т. д.) и методов научного, познания образуют научную теорию. А совокупность родственных в определенном смысле теорий образует специальную науку. Замечателен тот факт, что, включаясь в науку и являясь ее составной частью, понятия, суждения, методы, теории в объективном плане не претерпевают какого-то качественного изменения

и, будучи включенными в более общую систему — науку, могут рассматриваться как самостоятельные. «Современная логика рассматривает каждую науку как определенную последовательность записанных в некотором порядке предложений. Полученная таким образом система, образующими которой являются отдельные предложения, может состоять из сложных и простых высказываний»¹⁶.

Итак, содержательная структура научного знания такова:

предметы, операции (процессы), зависимости (связи) объективной реальности — ощущения — восприятия — представления — понятия — суждения (простые и сложные), элементы теории (правила, принципы, знания и т. д.) и методы науки — научные теории — науки. Образующими каждого уровня можно считать компоненты предыдущего уровня и даже более низкого. При этом качественная характеристика компонентов может меняться и может оставаться той же. Построение (формирование) компонентов каждого уровня в процессе познания проводится с опорой (явно или неявно) на все предыдущие уровни и носит циклический характер. Данная содержательная структура реализуется во всех научных дисциплинах и должна быть соблюдена в каждом учебном предмете.

Выделенные уровни показывают развитие результатов познавательного процесса. Однако не менее важное значение имеет проверка этих результатов, которая связана с оперированием метапонятиями и построенными на их основе доказательствами.

Доказательства являются методами науки и в зависимости от того, какими формами знания они оперируют, сами приобретают разный смысл и разную форму.

Остановимся на понятии доказательства и рассмотрим уровни его развития. В философской энциклопедии дается следующее определение: «Доказательство — процесс установления объективной истины посредством практических и теоретических действий (и средств)»¹⁷.

Принято выделять два основных вида доказательств: фактические и логические. При фактическом доказательстве сам факт, доступный восприятию, служит доказательством. К логическим доказательствам нужно отнести прежде всего дедуктивные доказательства. Относясь к разным уровням познания — эмпирическому и теоретическому, эти два вида доказательства являются диаметрально противоположными.

¹⁶ Ракитов А. И. Курс лекций по логике науки. М., 1971. С. 72.

¹⁷ Философская энциклопедия. М., 1962. Т. 2. С. 42. .

Промежуточное место между ними занимают экспериментальные доказательства. «Доказательства, опирающиеся на опыт не только косвенно (через посредство основных понятий данной области знания), но требующие, кроме того, прямого использования в доказательствах суждений непосредственного восприятия, называются эмпирическими, или опытными.

Опытные доказательства, основанные на эксперименте, называются экспериментальными»¹⁸.

Вместе с тем опытный факт, для того чтобы служить доказательством, требует соответствующего истолкования на фоне теории той или иной области знания, а иногда и дополнительного подтверждения. Поэтому с точки зрения логики опытные доказательства можно подразделить сначала на две группы: доказательства существования и доказательства по аналогии. Опыт же как доказательство есть обобщение этих видов доказательств, ибо о достоверном знании, получаемом с помощью его, можно говорить лишь при условии (или возможности) получения достаточного количества фактов или новых аналогий. А это означает, что должна иметь место индукция. Поэтому, когда речь идет о доказательствах опытного характера, имеет смысл говорить о доказательстве существования, аналогией, индукцией.

Дедуктивные доказательства, хотя и являются вершиной строгости рассуждений деятельности человека, однако в прикладных исследованиях, например, они выступают в качестве всего лишь одного из методов научного познания, используемого в сочетании с другими методами.

Более высоким уровнем обоснования результатов научного познания служит доказательство путем научного исследования. Одним из видов научного исследования, применяемым, в частности, в математике, является решение прикладных задач. Другим видом доказательства путем научного исследования может выступать эксперимент. Научный эксперимент ставится с опорой на теоретические знания и рассуждения, и поэтому он в определенном смысле выше теории и дедуктивных доказательств.

В процессе эксперимента и решения прикладных проблем приходится оперировать знаниями из разных научных теорий. Сопоставляя понятия, методы, законы, теории, относящиеся к разным наукам, мы

¹⁸ Философская энциклопедия. М., 1962. Т. 2. С. 44.

выявляем в них общее и отличительное, выясняем структуру и способы построения соответствующих компонентов научного знания и таким путем приходим к пониманию диалектики и использованию научного знания, к познанию и использованию законов диалектики, являющихся вершиной развития логического познания.

Таким образом, можно выделить следующие уровни развития способов доказательства, применяемых в научном познании:

1. Фактические доказательства.
2. Доказательства существования.
3. Доказательства аналогией.
4. Доказательства индукцией.
5. Дедуктивные доказательства.
6. Доказательства путем научного исследования (экспериментальные).
7. Методологические обоснования с опорой на законы диалектики.

Взаимосвязь между уровнями такова, что каждый более высокий уровень не игнорирует предыдущие, а диалектически отрицает, дополняет и развивает их. Построение (формирование) компонентов каждого уровня в процессе познания осуществляется с опорой (явно или неявно) на все предыдущие уровни и имеет тем самым циклический характер. Все эти виды доказательств могут применяться во всех научных дисциплинах. В соответствии с дидактическим принципом научности перечисленные виды доказательств должны найти свое отражение и в каждом учебном предмете, хотя и в различной мере.

Итак, мы выделили содержательный и процессуальный аспекты гносеологических основ познавательной деятельности. Важной характеристикой с позиций нашего исследования является то, что оба аспекта реализуются в каждом учебном предмете, а это означает, что их можно взять за основу при построении целостной структуры учебного познания.

Вместе с тем, поскольку речь идет не только о целостности, но и о структуре учебного познания, в рамках интегрированного целого должна быть проведена и дифференциация различных его элементов. В качестве основы такой дифференциации, очевидно, можно и нужно взять специфику проявления форм познания в различных учебных предметах и, значит, специфику знания и процесса познания в учебных дисциплинах.

В этой связи остановимся более подробно на специфических особенностях математического знания и процесса математического познания.

Чтобы охарактеризовать математическое познание, целесообразно рассмотреть его как деятельность, направленную на получение и конструирование составляющих математического знания. Математическое знание при таком подходе является продуктом познавательной деятельности и в то же время содержательной составляющей этой деятельности. Процессуальную сторону математической познавательной деятельности образует логическая составляющая.

Остановимся сначала на содержательном аспекте математического познания. Математика изучает не конкретные предметы и процессы, а некоторые отвлеченные характеристики, которые представляют собой идеальные (заметим, не реальные) модели, как правило, совокупностей предметов и процессов.

Некоторые разделы математики (дискретная математика) изучают «застывшие» формы и отношения реальных предметов. В действительности же эти формы и отношения постоянно изменяются. Поэтому математика вынуждена прибегать к построению моделей, более или менее адекватно отражающих изучаемые формы и отношения.

Каждая такая модель в силу своей «идеальности» может отражать и, как правило, отражает в силу «многopредметности» отвлеченных форм и отношений (данные формы и отношения присущи одновременно многим предметам) не один, а сразу целую совокупность предметов.

Если рассматривать математические модели (например, геометрические фигуры) как материализованное воплощение абстракций, выделенных из окружающей действительности, в частности из совокупности данных предметов (имеющих форму), и учесть, что математику интересуют исключительно формы и отношения, то, изучая такие характеристики в форме понятий, мы рассматриваем не данные конкретные модели, а представляемые ими целые совокупности объектов. Таким образом, уже в самом начале при построении своих фундаментальных объектов изучения математика отрывается, как правило, на несколько ступеней от реальной действительности, двигаясь по пути абстрагирования и обобщений.

Применительно к исходному пункту построения собственно математического знания — понятиям внимание на важное методологическое положение обращает А. К. Сухотин. Он указывает на

то, что каждое математическое понятие характеризует не один предмет, а целый класс предметов. «Поскольку каждая вещь только одна, то никакие числа, кроме единицы, будь они свойствами вещей, не могли бы вообще появиться»¹⁹. Таким образом, в понятие и «в алфавит математического языка включаются объекты не ниже первого типа (классы, классы классов и т. п.). В других же науках алфавит составлен из объектов нулевого типа (вещей)»²⁰. «В этом состоит, — как верно замечает Д. Икрамов, — одна из существенных гносеологических особенностей математического знания, которая обуславливает специфику формирования математических понятий, как в процессе научного исследования, так и обучения»²¹.

Специфика математического знания обуславливает и специфику математического аппарата познания. При формировании своих понятий, как и при изложении материала, математика широко опирается на наглядные модели изучаемых объектов, фиксирующие изучаемые формы и отношения. Целью этих моделей является создание адекватных представлений об изучаемых математических объектах. Эти модели выступают представителями классов тех реальных предметов, которые включают математический объект и в процессе математического познания заменяют его.

Таким образом, теперь становится понятным путь движения знания от реальной действительности к математическим объектам. Прежде чем построить модель — образ представителя класса, очевидно, необходимо создать представление об этом образе. Следовательно, если обычное (обыденное) представление отражает образы единичных предметов, то представления «математического» характера соответствуют классам, выделенным по форме и отношениям.

Двигаясь дальше к исходному пункту познания, можно поставить вопрос об ощущениях и восприятиях. Есть ли в них специфика при построении математического знания? Оказывается, да. При рассмотрении конкретного объекта математика интересуется не все его стороны и характеристики, а только формы и отношения. Именно на них и направлены в каждом объекте, в каждой изучаемой его стороне наше познание, наши ощущения, наше восприятие. Они становятся определяющими и ориентирующими факторами содержания ощущений и

¹⁹ Сухотин А. К. Философия в математическом познании. Томск, 1977. С. 26.

²⁰ Там же. С. 28.

²¹ Икрамов Д. И. Математическая культура школьника. Ташкент, 1981. С. 17.

восприятию. Именно они прежде всего отражаются и в других формах математического познания.

Математические представления в силу особенностей их сущности могут создаваться с опорой не только на реальные объекты, ощущения и восприятия, но и на представления о единичных объектах (предметах, процессах, отношениях) и даже на единицы более высокого уровня знания (понятия, законы, методы и т. п.) нематематических и даже математических дисциплин, так как им тоже присущи количественные характеристики.

Далее с опорой на математические представления формируются математические понятия уже не как о классах, а как об отдельных моделях — представителях этих классов. В дальнейшем при развитии математических понятий ступенчатость «предметы — классы — модели — понятия» повторяется. При этом в отличие от первого уровня роль первой ступени — «предметов» выполняют математические объекты и понятия, под уровнем «классы» будут классы понятий (и соответствующих объектов моделей), под моделями понимаются модели классов математических объектов, которые соответствуют понятиям, понятиями выступает существенное знание о моделях классов математических объектов. Необходимо отметить, что с развитием знания возможность наглядного изображения резко падает. Например, одномерное, двумерное, трехмерное пространство изобразить можно графически, а при большей его размерности это просто уже невозможно.

Здесь проявляется еще одна особенность математического знания — ступенчатость. Математическое знание носит ярко выраженный ступенчатый характер. «Абстракции, возникающие в математике, развиваются ступенчато — от абстракций, непосредственно обобщающих свойства реальных предметов, к абстракциям столь высокого уровня, как топологические пространства, обобщающие алгебраические системы, алгоритмы и т. д. ...»²²

Философы в этом видят проявление диалектического закона: от частного к особенному и, наконец, к всеобщему.

Еще одной особенностью математики служит тот факт, что в ней «в значительной мере совпадает исследование и изложение»²³, а также применение, представленное прикладной математикой. Для орга-

²² Виленкин Н. Я. Современные основы школьного курса математики. М., 1980. С. 7.

²³ Шапоринский С. А. Обучение и научное познание. М., 1981. С. 35.

низации обучения важно выяснить методы исследования, применяемые в математике. К ним в математике относятся прежде всего доказательства, а также задачи прикладного характера.

Математика является высшим уровнем достоверности научного знания. Все виды доказательств в математике получают не только свое дальнейшее развитие, но в высшей степени совершенный, до конца сформированный, завершённый, не подлежащий сомнению способ рассуждений, ведущий к истинным знаниям.

В самом деле, первый вид — фактические доказательства применяются в математике, например, в качестве опровергающего примера — контрпримера. Метод экспериментальных доказательств получает воплощение в форме магматической индукции. Дедукция применяется в форме дедуктивных доказательств. Математика как метод исследования объективной реальности применяется при решении прикладных задач.

Математика этот метод не только доводит до совершенства, но учитывает при этом диалектические законы и особенности ее самой. Так, решая задачи прикладного характера, она использует такие основные этапы: построение математической модели реальной ситуации, решение задачи на модели, применение математического метода, интерпретация полученного результата.

Здесь движение познания направлено от явлений к сущности и соответствует ленинской формуле познания: от живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике.

Специфика математических понятий, методов и теорий определяет и специфику использования ее на практике в качестве средства преобразующей деятельности человека. Математические понятия, методы, теории относятся к довольно высокому уровню абстракции и являются чисто теоретическими, продуктом нашего мышления. Поэтому с целью осознания и применения их на практике возникает необходимость разработки специального аппарата соотнесения этих понятий с понятиями, относящимися к наблюдаемому, реально существующему. «Теоретические понятия получают частичную интерпретацию в изучаемой предметной области с помощью правил соответствия»²⁴.

²⁴ Карпович В. Н. О формальном критерии эмпирической содержательности теоретических терминов // Проблемы логики и методологии науки. Новосибирск, 1982. С. 199.

Удачный выбор правил соответствия в процессе обучения может оказаться решающим фактором при формировании умений применять полученные теоретические знания на практике. Сначала выяснение объема понятия, а затем интерпретация понятий и теоретических положений являются первыми и во многом определяющими ступеньками математики на пути приложений. Математические понятия могут быть интерпретированы не только в предметной области, но и на моделях, в понятиях естественных и технических наук и даже в понятиях более низкого уровня абстракции самой математики. При этом важно помнить о том, что последние должны быть ранее усвоены. Иными словами, речь идет о том, что каждое новое знание должно быть «привязано» к уже имеющемуся. В этом состоит одно из требований к формированию системного и интегрированно-дифференцированного знания.

Завершающим уровнем развития математического знания является применение его на практике в качестве средства познания окружающего мира. В случае недостатка математического знания для объяснения каких-либо процессов или явлений окружающей действительности или естествознания снова возникают потребности в развитии математического знания. Начинается новый диалектический виток математического познания. Здесь мы видим проявление диалектики в содержательной стороне математического познания.

Диалектический метод получает свое воплощение и в структуре построения математических теорий. Например, развитие математического знания, как указывалось выше, происходит в соответствии с диалектическим законом от единичного к особенному и, наконец, к всеобщему. При построении новых, высших разделов математики в них используется рациональное зерно знаний из низших разделов (например, рациональные числа в виде дробей со знаменателем единица включают в себя целые числа; трехмерное пространство как частный случай включает двухмерное), что есть воплощение диалектики развития научного знания. Более того, в математике такое развитие находит осмысление, ибо выяснение данного соотношения имеет самостоятельное внутриматематическое значение и носит название «рассмотрение частных случаев».

Таким образом, в математике своего совершенства в плане доказательности и формальной определенности достигают все виды доказательств.

Однако было бы неверно думать, что математическое исследование в полном смысле этого слова, т. е. как деятельность ученого, использует непосредственно указанные виды доказательства в «математическом» (совершенном) смысле того или иного предложения в процессе построения математики (т. е. получения доказательства) аналогично пути формирования понятий, завершающим этапом которого является построение определений. Остановимся на характеристике этого пути несколько подробнее.

В процессе получения математических доказательных рассуждений каждый вид доказательства может быть получен путем перехода с одного уровня познания на другой, путем обобщения объектов, которыми мы оперируем. Фактические доказательства можно проводить оперируя реальными предметами и процессами (или знаниями о них), но это не будут математические доказательства, хотя по структуре они аналогичны. Из числа фактических доказательств в математике используются такие, которые вытекают из особенностей ее построения. Так, контрпример является результатом специфики математических суждений (каждое суждение либо истинно, либо ложно). Но чтобы построить в процессе математического исследования контрпример, математик работает с реальными предметами, классами предметов, моделями, математическими объектами. Кроме того, в математике можно использовать только те связи, которые ранее в математическом содержании специально оговорены в определениях. Например, при выводе правила сложения десятичных дробей можно использовать обыкновенные дроби потому, что обыкновенная дробь со знаменателем единица с нулями является десятичной дробью.

Аналогичным образом происходит дифференциация и выделение специального вида экспериментальных доказательств — индукции. Точно так же развиваются в направлении увеличения уровней абстракции и формализации научного познания и другие виды доказательств.

К числу особенностей математического исследования относится тот факт, что, поскольку математика использует все виды доказательных рассуждений, появляется возможность проследить, каким образом они взаимосвязаны между собой, как одни переходят в другие.

Так, рассматривая различные факты (подтверждающие примеры), мы стремимся к их достаточно «убедительному» набору и затем де-

лаем вывод. Это соответствует уровню экспериментальных доказательств. Далее, сопоставляя виды причинно-следственных связей, мы выделяем из имеющегося набора правдоподобных доказательств дедукцию, т. е. такой метод, который дает всегда достоверный результат. Дедукция, в свою очередь, порождает математические методы, которые служат аппаратом научного исследования практических и прикладных проблем. Сопоставление математических методов приводит к пониманию диалектики как метода научного познания.

Рассмотренная последовательность взаимопереходов есть воплощение диалектики в процессуальной стороне развития математического познания. При этом важная и характерная особенность заключается в том, что ведущим в математическом познании является дедуктивное доказательство. Для каждого из остальных видов доказательств математика точно определяет свой уровень достоверности рассуждений. Доказательства в математике — составная часть содержания и неотделима от него.

Отмеченные особенности математического знания и процесса математического познания дают основание полагать, что познание, осуществляемое в пределах математики, находится на более высоком уровне в общей структуре учебного познания, реализуемого в пределах естественнонаучного и профессионально-технических циклов.

§ 2. Синтез естественнонаучных и профессионально-технических знаний

Специфической особенностью профтехучилищ, дающих среднее образование, является одновременное осуществление двух видов подготовки: общеобразовательной и профессиональной. Это означает, что учащиеся получают два вида знаний: общеобразовательные и профессионально-технические. Однако, несмотря на такое разделение знаний в содержании образования, в сознании учащихся они должны образовывать неразделенную целостность. Получение и развитие одних должно способствовать получению и развитию других. Только при этих условиях можно думать об эффективном развитии мышления, познавательных и профессиональных способностей учащихся.

Приобретенные знания окажутся полезными в познавательном и деятельностно-преобразующем плане, будут служить основой и средством получения новых знаний и преобразования действительности в том случае, если они правильно отражают диалектику взаимосвязи

теории и практики, диалектику взаимосвязи фундаментального и прикладного знания. В этой связи в процессе обучения возникает ряд вопросов: какими новыми качествами, в отличие от знаний, решающих только общеобразовательные задачи, должны обладать получаемые учащимися профтехучилищ знания и каков процесс их приобретения (или передачи, или, что то же самое, формирования), чтобы это новое качество целенаправленно и эффективно формировалось?

Совокупность знаний учащихся профтехучилищ как целое должна характеризоваться органической связью между различными их видами: математическими, естественнонаучными и профессионально-техническими. Эти виды знаний по уровню обобщенности, абстракции, а также по ряду других параметров нельзя считать рядоположенными. Вместе с тем они могут иметь много общего, переходить (развиваться) из одних в другие: из общеобразовательных в общетехнические и специальные и из общетехнических и специальных преобразовываться в знания общеобразовательных предметов. Так, математическое понятие производной, если речь идет о производной произвольной (дифференцируемой) функции, есть общеобразовательное математическое знание; если производная рассматривается как изменение пути или скорости движения (например, механического), то такое знание есть знание естественнонаучное — физическое или общетехническое, если, например, речь идет о скорости нагрева металла; если производная рассматривается как изменение силы резания в процессе обработки детали на токарном станке, то имеем дело со специальным знанием будущих рабочих металлообрабатывающего профиля.

Каждый из этих видов знаний может рассматриваться (и формироваться) как самостоятельный. Вместе с тем все они имеют нечто общее, которое можно выразить посредством математического знания. Это общее есть закономерность, присущая всем видам знаний, выражающаяся в том, что во всех случаях речь идет о характеристике процессов, заключающейся в непрерывном, достаточно плавном изменении.

Получаемая учащимися профтехучилища совокупность знаний о производной должна характеризоваться целостностью, состоящей из качественно различных взаимосвязанных составляющих, а также умением осуществлять переход от одних составляющих к другим.

Таким образом, налицо новое качество и новый процесс. Естественно поставить вопрос: каким же образом, с помощью какого уже

известного в педагогической науке термина может характеризоваться такого рода целостная совокупность знаний? Наиболее близкими к описываемому качеству из известных понятий являются такие понятия, как обобщенность и системность. Но нетрудно показать, что они не могут адекватно (или хотя бы достаточно полно) отразить свойства данной совокупности.

В самом деле, под системностью знаний учащихся понимается такая совокупность знаний, формируемая в их сознании, структура которой соответствует структуре научной теории²⁵. В нашем же примере нельзя говорить о системности в этом смысле, поскольку речь идет о понятиях разных теорий: математики — производная, физики — скорость, спецтехнологии — изменение силы резания.

Понятия «скорость», «изменение силы резания» являются более богатыми, чем понятие «производная». В соответствующих дисциплинах они изучаются как самостоятельные, включающие наряду с понятием «изменение» и другие понятия, например такие, как «сила», «резание», и дополнительные свойства. Математическое понятие производной в них выступает как одно из свойств наряду с другими свойствами, причем в новой форме, неотделимой от понятий движения и силы.

Названные особенности понятий не позволяют для характеристики связей между ними использовать и понятие обобщенности. Нельзя считать ни одно из понятий как обобщение другого. Ибо, например, если понятие производной являлось бы более общим, то оно должно было бы охватывать другое понятие, например «изменение силы резания», но последнее здесь оказывается в определенном смысле более широким, поскольку включает и другие свойства. Поэтому ни одно из выделенной совокупности понятий нельзя рассматривать как обобщение или ограничение по отношению к другим. Ни одно из выделенных понятий не подводится под другое.

Вместе с тем можно говорить о некоторой связи выделенных понятий, об их эволюции, о переходе одних в другие.

Чтобы охарактеризовать выделенные связи и взаимопереходы понятий, обратимся к научному познанию. В научном познании такого рода связи и взаимопереходы рассматриваются в связи с процессами дифференциации и интеграции научных знаний. Дифференциация и

²⁵ См.: Качество знаний учащихся и пути его совершенствования / Под ред. М. Н. Скакина, В. В. Краевского. М., 1978. С. 25.

интеграция научных знаний должны проявиться и в учебном процессе, поскольку знания учебные должны отражать структуру научных теорий²⁶ и их развитие. Отражение процессов дифференциации и интеграции научных знаний в учебном процессе можно рассматривать как реализацию одного из аспектов принципа научности, выражающегося в требовании отражения в учебном познании диалектики развития научного знания и процесса познания.

В основе интерпретации процессов дифференциации и интеграции в развитии науки, и прежде всего их объективных предпосылок, лежат два принципа: 1) принцип материального единства мира, который предполагает взаимосвязь и взаимозависимость всех явлений и областей действительности и 2) принцип качественного своеобразия форм движения материи, законы которых несводимы друг к другу²⁷. Эти принципы должны быть взяты за основу при рассмотрении процессов дифференциации и интеграции учебных знаний, поскольку в ходе обучения в профтехучилище важно показать, что знания всех учебных предметов являются отражением реального мира. Вместе с тем знания разных учебных предметов отражают разные формы движения материи и качественно отличаются друг от друга.

Развитие учебных знаний должно отражать диалектику развития научных знаний, поэтому у них должна быть общей и методологическая основа, обуславливающая их развитие. Методологической основой, определяющей эволюцию научных и учебных знаний, является положение материалистической диалектики о том, что *«любая форма движения способна и вынуждена при определенных для каждого случая условиях превращаться, прямо или косвенно, в любую другую форму движения»*²⁸. Поскольку научные понятия отражают формы движения материи, то для того чтобы учащимся показать возможные переходы этих форм, необходимо показать и возможные переходы соответствующих понятий. При этом, с одной стороны, важно установить качественное своеобразие понятий, а с другой — раскрыть существующую между ними связь.

Рассмотренный выше пример показывает, что, несмотря на качественное изменение математических знаний при переходе от предмета к предмету, математическая сущность их остается. Поэтому при-

²⁶ См.: Теоретические основы содержания общего среднего образования / Под ред. В. В. Краевского, И. Я. Лернера. М., 1983. С. 107.

²⁷ См.: Материалистическая диалектика. В 5 т. / Под общ. ред. Ф. В. Константинова, В. Г. Марахова. Т. 2. Субъективная диалектика / Отв. ред. В. Г. Иванов. М., 1982. С. 240.

²⁸ Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 20. С. 539.

менительно к математике имеет смысл говорить не столько о различных их видах, сколько о различных формах и функциях. Учитывая этот факт, в условиях обучения в профтехучилищах можно выделить следующие пять уровней дифференциации и интеграции математических и профессионально-технических знаний:

внутриматематический, предполагающий переход от частных математических знаний и методов к общим и обратно;

политехнический, характеризующийся использованием математики в качестве средства описания и метода познания объектов естественнонаучных дисциплин;

профполитехнический, характеризующийся использованием математики в качестве средства описания и метода познания технических объектов;

профессиональный, характеризующийся использованием математики в качестве средства описания и метода познания технологических процессов;

производственный, характеризующийся использованием математики в качестве средства описания и метода познания производственной деятельности в условиях конкретного производства.

Каждому из этих уровней присущи собственные объекты познания, и математика выступает как средство и как метод описания и познания отдельных сторон этих объектов в органическом единстве со знаниями других учебных предметов. При переходе от одного уровня к другому происходит изменение и развитие математических и профессионально-технических знаний. Применительно к математическим знаниям при движении от математики к производству эти уровни являются уровнями дифференциации, а при движении в противоположном направлении — уровнями интеграции.

С учетом выделенных уровней остановимся более детально на рассмотрении следующих вопросов: 1) дифференциальные и интегральные характеристики математических знаний; 2) сущность процессов дифференциации и интеграции знаний; 3) роль математики в процессе дифференциации и интеграции различных видов знаний, 4) возможные способы и методические приемы дифференциации и интеграции знаний.

Выше было показано, что новое качество, которое приобретают знания учащихся в условиях двух видов образования, нельзя назвать ни обобщенностью, ни системностью, хотя, заметим, они им присущи. Максимально обобщенным (из рассматриваемых) является мате-

математическое знание. В нашем примере это понятие производной. Однако оно не включает остальных понятий других учебных предметов. В то же время понятие производной у остальных раскрывает и углубляет отдельные стороны. Причем эти стороны могут быть выражены в специальной формализованной, характерной для нее (как стороны другого объекта или понятия) форме, например $v(t)=s'(t)$, которую можно считать подчиненной математическому понятию и даже его частным случаем. (Заметим, что в этой форме еще не нашла должного отражения физическая сущность понятия, если мы движемся исключительно дедуктивным путем. Сменились обозначения, стал «физическим» язык, но новых физических свойств не добавилось.) Аналогичное суждение можно высказать и о других формах выражения производной. Получается, что математическое понятие как бы распадается, дифференцируется на совокупность разных форм его выражения. Произошла дифференциация математического знания посредством формы. При этом нельзя говорить о процессе конкретизации знаний, поскольку, например, понятие производной в физике выступает не как математическое понятие, а как метод выяснения характера поведения физического процесса (конкретизацией понятия производной можно считать, например, производную функцию $y=kx$). Невозможно дать и определение физического процесса через понятие производной функции и наоборот, ибо это различные теории и строятся как независимые. Понятия теории определяются через понятия той же теории.

Вместе с тем во всех выделенных различных по форме компонентах знаний имеется и общее — математический закон, который образует интегральную основу разнокачественных знаний.

Таким образом, совокупность перечисленных компонентов знаний можно рассматривать как неразрывное целое, дифференцированное по предметной (содержательной, поскольку имеются различные научные понятия) и знаковой форме, но интегрированное по сущности — математическому закону. Закон здесь выступает как основа и средство интеграции. А различный характер научного знания, обусловленный спецификой изучаемого объекта, и язык есть основа и средство его дифференциации.

В этой связи целесообразно говорить не просто о дифференцированном и интегрированном знании, а о дифференцированно-интегрированном знании, используя один сложный термин, поскольку речь идет о целостном знании. Дифференцированно-

интегрированное математическое знание об объекте есть не сумма знаний, а качественно новое теоретическое знание.

Если учащиеся научатся в одном компоненте математических знаний видеть множество компонентов знаний естественнонаучных и профессионально-технических и в то же время в различных компонентах естественнонаучных и профессионально-технических знаний видеть общее математическое ядро, то мы можем говорить о том, что у них сформирование дифференцированно-интегрированное математическое знание.

Мы рассмотрели характерные особенности дифференцированно-интегрированного знания. Теперь важно выяснить сущность (сущностную характеристику) процесса получения этого вида знания.

Поскольку характеристики нового знания не исчерпываются характеристиками системности, обобщенности и вообще не могут исчерпываться характеристиками, присущими одной научной теории, то, очевидно, для описания нового процесса недостаточно тех качеств, которые присущи учебному познанию в рамках одного учебного предмета. Здесь речь идет о синтетическом знании, которое мы назвали дифференцированно-интегрированным, и, следовательно, о синтезе научных знаний, поскольку процесс образования новых наук на стыке старых рассматривается как вид синтеза знаний²⁹, который служит средством разрешения диалектических противоречий, имеющих место между теорией и практикой, между эмпирическими и теоретическими знаниями, между знанием абстрактных — математических и знанием более конкретных — естественных, общетехнических и специальных наук.

Синтез посредством разрешения подобного рода противоречий в учебном процессе, так же как и в научном познании, возможен лишь на основе законов диалектического развития научного знания. В качестве подтверждения правильности этого положения посмотрим, как изменяются знания при переходе с одного уровня дифференциации на другой. Обратимся к примерам. Математическое понятие при описании физических, технических и технологических объектов и процессов рассматривается не вообще как понятие, а, что уже отмечалось, лишь как способ, дающий возможность установить одно из свойств физического, технического или технологического понятия. Математическое понятие радиуса в химии рассматривается как одно

²⁹ См.: Материалистическая диалектика. В 5 т. / Под общ. ред. В. Ф. Константинова, В. Г. Марахова. Т. 2. С. 242.

из свойств атома — как его величина. Понятие числа используется в качестве средства для характеристики энергии атома.

Из примеров видно, что при переходе от описания математических объектов к описанию объектов естественных и профессионально-технических дисциплин математические знания превращаются в отдельные элементы — свойства, методы, средства более конкретных наук, в которых они применяются. Происходит диалектическое превращение одних знаний в качественно другие. При этом опорные знания не отбрасываются, а диалектически отрицаются, обогащаются и развиваются. Наблюдается новое для учебного процесса соотношение и превращение знаний. Общетехническое (или другое, более конкретное) знание, являясь (судя по способу получения) частным случаем и следствием математического, в то же время является более полным по своему составу, более богатым и потому не подчиненным математическому. Новое знание (общетехническое или другое) здесь рассматривается не как конкретизация знаний о производной, а как совершенно иное, более глубокое — знание о техническом или другом объекте с его многочисленными характеристиками, а его изменение, описываемое с помощью производной, есть всего лишь одно из свойств — его характеристика. И что свойство может быть до конца осознано, если оно будет включено в систему других свойств и знаний об объекте, т. е. математическое знание должно быть сначала превращено в знание, характерное для описания объекта, а затем включено органически в систему других знаний о нем. Здесь мы имеем дело с нисходящим синтезом.

При движении по выделенным уровням в противоположном направлении осуществляется восходящий синтез. Если нисходящий синтез включает математическое знание в систему других, более конкретных знаний, то восходящий синтез сначала вычленяет из различных конкретных знаний общее знание (заметим, сначала также конкретное), затем это общее абстрагирует (изменяет в соответствии со своими потребностями), превращая его в математическое знание, и, наконец, включает в систему математических знаний уже о математическом объекте. Говоря о роли и значении математических абстракций для синтеза знаний, философы отмечают, что «именно в этой особенности заключается главная синтезирующая “изюминка” математики, которая позволяет ей проникать в различные отрасли знания, объединять их в цельные узлы познания»³⁰.

³⁰ Чепиков М. Г. Интеграция науки. М., 1981. С. 78.

Синтез знаний посредством математики как целостный процесс может осуществляться в двух направлениях: в рамках одного учебного предмета (или одного цикла) и в рамках нескольких учебных предметов разных циклов, например: математика — физика — материаловедение — спецтехнология — производственное обучение. В первом случае можно говорить об объектном синтезе, а во втором — об аспектном синтезе. Приведенный выше пример с производной есть пример аспектного синтеза посредством математики. Аспектный синтез предполагает объединение в целое разнокачественных (из разных теорий) знаний на основе компонентов математических знаний, например закона или метода. Объектный синтез в рамках математики предполагает объединение математических и профессионально-технических знаний о математическом объекте. Если объектом познания является производственный объект, то объектный синтез требует соотнесения знаний о сторонах производственного объекта, получаемых в разных учебных предметах. Применительно к математическим знаниям, которые, как правило, по отношению к производственным и другим нематематическим объектам познания носят количественный характер, важно уметь давать их качественную интерпретацию. Например, при решении задач о расходе материалов важно учить учащихся давать экономическую интерпретацию и экономическую оценку полученным числовым данным.

В обучении выделенные виды синтеза могут реализовываться как в отдельности, так и совместно друг с другом в зависимости от цели познавательной деятельности. Отдельно тот или другой вид синтеза может проявляться в том случае, когда познание осуществляется в интересах дальнейшего углубления или расширения знаний о математических объектах за счет знаний других учебных предметов. В тех случаях, когда объектом познания является производственный процесс и ставится, например, задача планирования производственной деятельности, то для получения наиболее полного знания необходимо объединение обоих видов синтеза. Вообще для целостности и завершенности процесса познания и получения достаточно полного знания необходимы тот и другой виды синтеза. Методологически такой подход оправдан тем, что «научное познание развивается в направлении поиска теорий, которые адекватно отвечали бы комплексу задач и проблем, непосредственно связанных с изучаемым предметом (объ-

ектом»³¹. При этом (при построении таких теорий), как отмечают философы, роль математики трудно переоценить³².

Для осуществления синтеза необходимо выделение в учебных предметах объектов и аспектов изучения. В математике объектами изучения являются, например, числа, функции, геометрические фигуры. Производная определяет аспект изучения функций. Важно также в курсе математики провести отбор интегрирующих компонентов знаний и, опираясь на них, определить интегрируемую посредством их область знаний в других учебных предметах. Однако невозможно реализовать все виды дифференциации и интеграции при изучении каждого компонента знаний, как невозможно решение всех вопросов дифференциации и интеграции в рамках одного учебного предмета. Поэтому необходимо соотнести виды дифференциации и интеграции, интегрирующие факторы и интегрируемые области знаний. При этом определится учебный материал и тот учебный предмет, где удобнее всего реализовать тот или иной вид дифференциации и интеграции. Например, сущность дедуктивного метода легче показать на геометрическом материале в курсе геометрии. Здесь же имеет смысл проиллюстрировать и применение этого метода при построении других теорий, например физических.

Роль символики удобнее всего показать в алгебре при изучении функций. Поэтому здесь же целесообразно проиллюстрировать и использование буквенных обозначений и их влияние на развитие формальных теорий в физике, в общетехнических и специальных предметах. В то же время заметим, что наиболее выпукло прикладную роль формальной теории, ее влияние на технику и технологию целесообразнее раскрывать на примере изучения вопросов теоретической физики.

В обучении математике аспектный синтез может осуществляться по следующим основным направлениям:

раскрытие сущности математических абстракций и иллюстрация основных форм их выражения в естественнонаучных предметах и предметах профтехцикла;

раскрытие сущности аксиоматического метода и иллюстрация форм его выражения в естественнонаучных предметах и предметах профтехцикла;

³¹ Четиков М. Г. Интеграция науки. М., 1981. С. 78.

³² См. там же.

раскрытие сущности процесса формализации и роли математического языка в процессе теоретического познания в естественнонаучных предметах и предметах профтехцикла;

раскрытие сущности дедукции и различных видов математических доказательств и их роли в построении дедуктивных теорий математики и дисциплин профтехцикла;

раскрытие сущности процесса познания качества через количество, построенного на основе ступенчатости обобщений и математических абстракций.

Мы рассмотрели содержательную сторону формирования у учащихся дифференцированно-интегрированного знания. Однако не менее важной является и процессуальная сторона. Необходимо знать, каковы способы и методические приемы, применяемые в процессе дифференциации и интеграции знаний. В соответствии с деятельностным подходом в основу процессов дифференциации и интеграции могут быть положены способы познавательной и трудовой деятельности учащихся. Действительно, в основе процессов дифференциации и интеграции науки лежат способы деятельности, обусловившие сначала специализацию и затем интеграцию различных областей знания. Поэтому предлагаемый подход оправдан исторически и может рассматриваться как соответствующий историческому. А с позиций дидактики он отвечает принципу научности. Такой подход учитывает важную специфическую особенность математики, заключающуюся в том, что она не только дает методы познания другим наукам и часто рассматривается как метод познания, но и является средством познания самое себя³³. Деятельностный подход позволит решать вопросы оптимизации обучения, например использовать процесс дифференциации и интеграции в целях индивидуализации обучения.

В научном познании дифференциация и интеграция знаний складывается в процессе научного исследования. Поэтому в процессе обучения у учащихся необходимые методы научного познания и соответствующие формы мышления можно формировать только в том случае, если познавательная деятельность будет строиться в соответствии с логикой научного исследования, а способы познавательной деятельности — с учетом логики решения научной проблемы.

Необходимость использования логики научного исследования в процессе организации познавательной деятельности, ориентированной на формирование дифференцированно-интегрированного знания,

³³ См.: Шаторинский С. А. Обучение и научное познание. М., 1981. С. 35.

вытекает также из особенностей математического содержания. Действительно, сущностью процессов дифференциации и интеграции является синтез разноуровневых знаний в процессе их диалектического развития. При этом ведущую роль играет теоретическое мышление, поскольку, как показал в своих исследованиях психолог В. В. Давыдов, именно оно предполагает в наиболее полном виде аналитико-синтетическую деятельность. В свою очередь теоретическое мышление требует владения обобщенными приемами и способами познавательной деятельности. Эти приемы и способы должны быть применимы и в процессе математического познания (поскольку математика, как показано выше, является основой дифференциации и интеграции). А математическое познание, как показали К. Маркс и Ф. Энгельс, не ограничивается законами формальной логики и требует развитого диалектического мышления. (Отмечая недостаточность формальной логики уже для математики переменных величин, Ф. Энгельс писал, что «...почти все доказательства высшей математики, начиная с первых доказательств дифференциального исчисления, являются, с точки зрения элементарной математики, строго говоря, неверными. Иначе оно и не может быть, если, как это делается здесь, результаты, добытые в диалектической области, хотят доказать посредством формальной логики»³⁴.) Но поскольку математика является и средством познания, то в основе деятельности по ее применению должна лежать логика научного исследования.

Способы познавательной деятельности, построенные с учетом логики научного исследования, позволяют ориентировать деятельность на выявление необходимых для синтеза компонентов знаний и формирование на их основе качественно новых дифференцированно-интегрированных комплексов знаний.

Приведем пример. При доказательстве теоремы о перпендикулярности прямой плоскости в процессе разрешения проблемной ситуации по характеру математической (геометрической) модели определяется аспект производственной деятельности — установка сверла при сверлении и выясняется взаимосвязь знаний: знаний о способе проверки вертикальности сверла на практике и знаний о математической теореме. Способ проверки вертикальности сверла на практике есть форма выражения теоремы. Вместе с тем в основе способа проверки перпендикулярности сверла лежит математическая закономерность. Способ верен постольку, поскольку верна и соответствующая

³⁴ Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 20. С. 138.

теорема. Практический способ дал возможность выдвинуть гипотезу о наличии математической закономерности. После доказательства теоремы в процессе ее применения к решению задач профессионально-технического характера выясняется, что выявленная математическая закономерность лежит в основе разных способов деятельности и даже в разных профессиях, например в строительстве и слесарном деле, которые оказываются с точки зрения структуры деятельности идентичными и могут выполняться по одному алгоритму, который можно построить, используя теорему как математическую модель процесса. Этот алгоритм и является формой выражения нового дифференцированно-интегрированного знания. С одной стороны, он содержит множество других специальных знаний о способах, а с другой — то общее знание, которое содержится в этих знаниях о способе.

Опираясь на рассмотренный пример, можно указать конкретные разграничения процессов дифференциации и интеграции, а также предложить некоторые приемы дифференциации и интеграции знаний в процессе обучения математике.

Если при дифференциации мы опираемся на объем понятия, то при интеграции — на его содержание. Дифференциальная характеристика знания сопоставима с объемом понятия, а интегральная — с содержанием понятия. Поэтому для дифференциации знаний можно использовать методические приемы, применяемые для выяснения объема понятий в сочетании с приемами теоретического (содержательного) обобщения. А для интеграции знаний можно использовать методические приемы, применяемые для выяснения содержания понятий в сочетании с приемами эмпирического обобщения. Более того, дифференциация и интеграция могут и должны осуществляться уже в процессе формирования математических понятий. Например, при формировании понятия линейной функции мы обычно, опираясь на знания из физики о прямолинейном и равномерном движении, расчлняем физическое понятие и выделяем из него то знание, которое более глубоко исследуется математикой — линейную зависимость между количественными характеристиками движения.

С целью интеграции профессионально-технических знаний необходимо рассмотреть еще и другие виды движений, встречающиеся в дисциплинах профтехцикла и на производстве, например вращательное движение, в частности вращение шпинделя (в училищах металлообрабатывающего профиля), и выделить ту же зависимость. Понятие линейной зависимости выступает здесь как закон, открываемый в

процессе сопоставления, абстрагирования и обобщения знаний других учебных предметов, и служит средством интеграции знаний, на основе которых он строится (открывается). При выяснении характера буквенных обозначений в формуле линейной зависимости устанавливается, что, придавая им конкретные значения, мы можем получить числовые характеристики всех возможных конкретных равномерных движений, с которыми учащиеся могут встретиться в будущей профессиональной деятельности. Иными словами, выясняем потенциальные возможности дифференциации понятия линейной функции.

Поскольку процесс формирования дифференцированно-интегрированного знания должен строиться в соответствии с логикой научного исследования, то наряду с названными приемами должны широко использоваться приемы создания и разрешения проблемных ситуаций и учебных проблем, выдвижения и обоснования гипотез.

Суммируя все сказанное, можно считать, что характер дифференциации и интеграции знаний определяется характером познавательной и трудовой деятельности и в первую очередь потребностями и возможностями применения знаний в другом учебном предмете и в производственной деятельности. Такой вывод согласуется с методологическим положением о том, что «именно практика выступала и выступает в качестве фактора, определяющего дифференциацию научного знания. В силу исторической ограниченности практика обуславливает соответствующий ее возможностям (и конкретным историческим целям человека) «срез» познания действительности, определяет группу свойств или отдельные свойства объектов, подлежащих изучению на данном отрезке времени»³⁵.

Вышеизложенное позволяет сделать следующие выводы:

1. В условиях одновременного осуществления математической, естественнонаучной и профессионально-технической подготовки в профтехучилищах процесс обучения предмету должен быть ориентирован на формирование у учащихся качественно нового дифференцированно-интегрированного знания.

2. Сущностью процесса формирования дифференцированно-интегрированного знания является диалектический синтез разнокачественных научных знаний из разных учебных предметов и производственной деятельности.

³⁵ Материалистическая диалектика. В 5 т. / Под общ. ред. В. Ф. Константинова, В. Г. Марахова. Т. 2. С. 247.

3. Возможны два взаимно дополняющих друг друга синтеза: аспектный и объектный.

4. Средствами синтеза являются: предметное содержание и способы познавательной деятельности, построенные с учетом логики решения научной проблемы.

§ 3. Структура познания в процессе формирования знаний

Основным методологическим ориентиром при организации процесса обучения предмету служит формирование у учащихся дифференцированно-интегрированных знаний. Одно из условий решения этой проблемы заключается в установлении взаимосвязи учебных предметов и связи их с производительным трудом. Это явится основой интеграции и координации различных компонентов знаний в процессе их формирования и способов организации учебного познания в различных учебных дисциплинах.

«Методологической основой построения циклов учебных предметов и взаимосвязи между ними, создания цельной структуры содержания образования является раскрытие диалектического единства «природа — человек — общество». Чрезвычайно важно сформировать у учащихся понятие о природе как целостной системе, в котором все ее элементы взаимодействуют и поддерживают самовосстановительные процессы, благодаря чему сохраняются нормальные биофизические и биохимические условия жизни на земле. Учащиеся должны осознать, что при современном воздействии общества на природу практическая деятельность человека может благоприятно протекать для него и грядущих поколении только на основе познания законов природы»³⁶. Здесь в самом общем виде раскрывается сущность объективной взаимосвязи природы, человека и общества, которая должна получить отражение в учебном процессе. Сказанное можно отнести ко всем типам учебных заведений, в том числе и к средним профессиональным, причем имеется в виду не только содержательная сторона обучения, но и процессуальная.

Сущностью процесса обучения является познавательная деятельность учащихся. Поэтому приведенное положение можно взять за основу и в качестве методологического ориентира при создании цельной структуры познавательной деятельности.

³⁶ Зверев И. Д. Основные направления совершенствования содержания учебных предметов // Сов. педагогика. 1979. № 4.

Принимая приведенное положение за основу, сначала конкретизируем его. В системе «природа — человек — общество» учащимся необходимо раскрыть роль и место производства, а также роль науки в ее взаимодействии с человеком, производством, обществом. Более детально данную систему можно, представить так, как она показана на рис. 1.

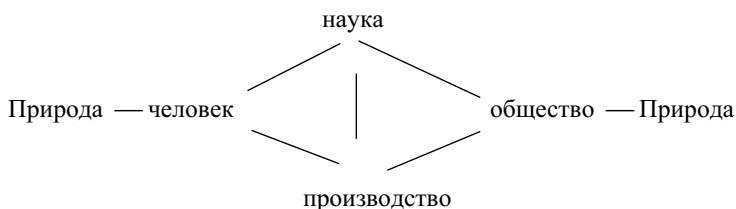


Рис. 1

В этой системе в плане рассматриваемой проблемы (в рамках естественно-математических, общетехнических и производственных дисциплин) нас более нечто интересует взаимосвязь человека, науки и производства. Поэтому остановимся на рассмотрении этих связей.

Человеческая деятельность, наука и производство находятся во взаимной диалектической связи. В самом деле, к сказанному выше можно добавить, что «...практика есть и основа всякого познания, и его источник, и критерий, и вместе с тем при определенных условиях она может образовать особую ступень решающей, заключительной проверки всего предшествующего пути. Отсюда следует, что когда она выступает как источник познания, она, очевидно, должна предшествовать во времени всему процессу познания; когда она действует как перманентный критерий истины, она должна сопутствовать познанию на всех его ступенях; когда она выступает как конечная цель и область приложения его результатов, она должна его заключать»³⁷.

Эти положения и определяют характер взаимосвязи научных дисциплин и производства. Отражение именно такого рода взаимосвязей и должно найти место в учебном процессе.

³⁷ Кедров Б. М. Проблемы научного метода. М., 1964. С. 13.

Поскольку наука и общественная практика находятся в диалектической взаимосвязи, учащимся важно показать, что знания по общетехническим и специальным (производственным) дисциплинам, производственная деятельность и производство находятся во взаимной диалектической связи и образуют единое целое, являясь отражением объективно существующих связей в системе «человек — наука — производство». Дидактиками показано, что связь между общим, профессионально-техническим образованием, между предметами естественно-математического цикла и общетехническими и специальными дисциплинами — это отражение объективно существующих связей между законами природы и самим производством, между законами физики и химии и законами техники.

Из приведенных положений видно, что более детально познавательную деятельность как целостную структуру можно изучить на основе рассмотрения соотношения эмпирического и теоретического познания, которые осуществляются в разных учебных дисциплинах и в процессе практической, в частности производственной, деятельности учащихся.

Научное знание, отражающее законы природы, практическую деятельность и производство, представлено в учебном процессе специальными (производственными), общетехническими, естественными и математическими науками. Математика, естественные, общетехнические и специальные дисциплины есть не только разные уровни отражения объективной реальности в форме научного знания, но и преимущественно разные ступени познания. Однако в целом их соотношение и взаимосвязь можно раскрыть через соотношение и взаимосвязь эмпирического и теоретического познания.

Таким образом, чтобы раскрыть сущность целостного подхода к структуре познавательной деятельности, необходимо рассмотреть соотношение форм знания и методов эмпирического и теоретического познания и уже на этой основе строить целостную структуру познавательной деятельности.

С методологической точки зрения формы знания и способы познания в математике и других научных дисциплинах являются одинаковыми. Но при этом в каждой области знания есть своя предметная (объектная) специфика, которая в свою очередь влияет на формы и способы познания. Особенностью математики является то, что математическое содержание отличается более высоким уровнем абстракции. Это в значительной степени сказывается на формах выражения и

способах его получения. Конкретизируя применительно к математике приведенные выше положения о связи различных видов знания, мы можем сказать, что, с одной стороны, знания, умения и навыки по математике вообще и в области познавательной деятельности в частности могут предшествовать знаниям, умениям и навыкам естественнонаучным и профессионально-техническим; с другой стороны, знания, умения и навыки естественнонаучные и профессионально-технические могут предшествовать знаниям математическим; вместе с тем знания естественнонаучные и профессионально-технические могут «вплестаться» в процесс математического познания и, наоборот, математика может в них использоваться в качестве одного из средств познания.

Кроме того, при построении цельной структуры учебного познания в обучении математике необходимо учитывать еще один факт. Математика наряду с другими функциями выступает как средство познания самой себя. Одной из особенностей математики является то, что в ней «в значительной мере совпадает исследование и изложение», а «ее язык говорит одновременно и о той стороне действительности, которая является объектом ее познания и о ней самой»³⁸. Это означает, что в рамках самой математики происходит углубление нашего знания о производстве и производственной деятельности, расширяются и углубляются естественнонаучные и профессионально-технические знания, умения и навыки, происходит «поднятие» их на новую, еще более высокую ступень развития.

Для выявления связи математики как учебного предмета с другими дисциплинами и производством необходимо в качестве исходного взять тот факт, что предметы специальные, общетехнические, естественные и математические являются «представителями» соответствующих наук, сопоставимых по форме и структуре знания, отражающих одни и те же реальные объекты и процессы, но с разных сторон и на разном уровне абстракции и обобщения. Специальные, общетехнические науки и соответствующие им дисциплины имеют дело с объектами и процессами технологического и технического характера, отражающими производственные объекты и процессы в их целостности. Естественные науки (прежде всего химия и физика) оперируют идеальными объектами, моделирующими более или менее адекватно отдельные специфические стороны предметов и процессов реальной действительности, включая производство. Математика имеет дело с

³⁸ Шапоринский С. А. Обучение и научное познание. М., 1981. С. 35.

абстрактными объектами, являющимися продуктом мыслительной деятельности и имеющими к практике лишь косвенное, опосредованное (например, к производству), как правило, естественными, общетехническими и специальными дисциплинами, отношение³⁹.

Однако несмотря на различие в объектах, которыми оперируют различные дисциплины, последние имеют не только одинаковые формы познания, но и одинаковую структуру связей между этими формами. Структура эта такова: ощущение — восприятия — представления — понятия (эмпирические и теоретические) — методы (и законы) — теории. Выяснение связей и отношений между эмпирическим познанием и теоретическим на основе данной структуры и позволит нам раскрыть структуру познавательной деятельности.

В разных учебных предметах наблюдается различное соотношение эмпирических и теоретических элементов этой структуры. Если взять за основу реализацию ее в математическом познании, приняв его (математическое познание) за наиболее совершенное, и проследить в математике по отношению к предметной деятельности и производству уровень развития каждого компонента структуры в процессе эмпирического познания производственной деятельности (т. е. без использования знаний более высокого теоретического уровня), то на этой основе можно определить место и роль знаний одних предметов в процессе формирования и развития знаний других предметов.

В различных науках и соответственно в различных учебных предметах компоненты этой структуры находят различное воплощение в конкретном содержании, но в обучении учащихся между этими различными конкретизациями должна иметь место взаимосвязь. Поэтому, учитывая, с одной стороны, инвариантность, объективность и всеобщность приведенной структуры, а с другой — необходимость установления взаимосвязи между различными (в разных науках) конкретизациями однородных компонентов (и соответствующих им форм), ее (указанную структуру) целесообразно принять в качестве содержательной основы реализации взаимосвязи между учебными предметами и интегрирующей основы создания цельной структуры познавательной деятельности учащихся.

Обратимся к анализу отдельных форм познания с позиций уровня их развития, которое они получают в процессе эмпирического позна-

³⁹ Более детальную характеристику объектов научного знания перечисленных дисциплин можно найти в кн.: *Леднев В. С.* Содержание общего среднего образования: Проблемы структуры. М., 1980.

ния в специальных, общетехнических, естественных и математических дисциплинах.

Исходным пунктом познания являются *ощущения*, вызываемые действием движущейся материи на наши органы чувств. Ощущения есть форма связи человека с окружающим миром, реализуемой в процессе деятельности. Они служат определяющим фактором в процессе производственной деятельности. Поэтому ощущения можно считать ведущим уровнем эмпирического познания, осуществляемого в процессе производственной деятельности.

Более высокой ступенью эмпирического, чувственного познания является *восприятие*. Отличительная его черта — целостность. В процессе восприятия объекты отражаются в сознании в их целостности, неразделенности на составляющие, в то время как в ощущениях фиксируются отдельные стороны предметов и явлений. С позиций производственной деятельности целостность, присущая восприятию, в то же время характерна для технологических процессов, где неразрывно связаны объект и его функции. Поэтому уровень восприятия является ведущим в процессе изучения специальных дисциплин.

На основе ощущений и восприятия формируются *представления*. Характерной чертой представлений выступает то общее, что присуще не одному, а, как правило, многим предметам. Неизменными в процессе производственной деятельности остаются технические объекты. В них зафиксирована материальная основа деятельности. Поэтому уровень представлений является ведущим, на котором осуществляется обучение общетехническим дисциплинам. Не случайно в этих дисциплинах широко применяются чертежи. Они служат материализованным выражением представлений. (В то же время эти чертежи нельзя путать с графиками в математике. В отличие от графиков чертежи отражают объекты в целостности.)

Еще более высоким уровнем познания является формирование естественнонаучных знаний — понятий и законов. В них отражается только существенное, главное — понятия и законы естественных наук, лежащих в основе производства. Математическое познание осуществляется еще на более высоком уровне обобщений. При этом большую роль играет форма знаний, в частности язык. Например, при формировании понятий важное место отводится определениям, выполняющим функцию знакового выражения сущности понятия. Формируя понятия в математике и конструируя определения, опираясь на знания естественных, общетехнических и специальных дисциплин,

мы все глубже проникаем в сущность производственной деятельности, технологических, физических и химических процессов, выявляя в них математические закономерности и тем самым развивая и углубляя знания этих дисциплин.

Понятия математические необходимо отличать от всех других понятий. Понятия производственных, общетехнических и естественных дисциплин в сравнении с математическими имеют менее высокий уровень абстракции. В большинстве своем они соответствуют единичным или по крайней мере однотипным объектам реальной действительности и достаточно адекватно их отражают. Понятия же математики отражают класс или совокупность классов объектов. При этом основная роль математических определений заключается в установлении места понятия в системе других понятий теории. В этой связи математические, определения называют номинальными. Определения же других дисциплин часто носят функциональный, описательный характер, их называют реальными.

Приведенные характеристики дают основание считать, что уровень понятий, задаваемый совокупностью сущностных свойств производственной деятельности, является ведущим в естественных дисциплинах и соответствующих учебных предметах, а уровень понятий, задаваемых номинальными определениями, является ведущим в математике.

Учитывая перечисленные особенности математических понятий, последние необходимо формировать как обобщенное знание об объектах познания производственных, общетехнических и естественных дисциплин, опираясь на соответствующие эмпирические знания. Знания по специальным, общетехническим, естественным дисциплинам в этом случае служат материалом для индуктивного обобщения. При переходе от естественных, общетехнических, специальных понятий к математическим важная роль отводится математическим представлениям и материализующим их математическим моделям.

Реализуя таким образом взаимосвязи понятий и соответствующих им познавательных умений различных дисциплин, мы устанавливаем связь математики с производством в плане дальнейшего углубления и развития знаний производственных, специальных, общетехнических и естественных дисциплин. Суммируя все сказанное, можно в целом охарактеризовать индуктивную ветвь учебного познания при обучении математике: формирование ощущений и восприятия реальных производственных процессов и материальных моделей, конструируе-

мых в специальных, общетехнических, естественных и математических дисциплинах; формирование представлений на основе ощущений и восприятия, полученных в процессе производственной практики в специальных, общетехнических, естественных и математических дисциплинах: формирование понятий на основе ощущений, восприятий и представлений, полученных в процессе производственной практики, в специальных, общетехнических, естественных и математических дисциплинах: построение суждений на основе ощущений, восприятий, представлений, понятии, полученных в процессе производственной практики, в специальных, общетехнических, естественных и математических дисциплинах; построение совокупности суждений (методов, законов, теории) на основе ощущения, восприятии, представлений, понятий, суждений, полученных в процессе производственной практики, в специальных, общетехнических и математических дисциплинах.

В приведенной логике отражается содержательная сторона познавательной деятельности. Перечисляются компоненты деятельности и указывается связь между ними. В более широком смысле значение содержательной стороны заключается в том, что и процессе формирования знаний, умения и навыков преподавателем или в процессе проектирования последних в учебно-методической литературе появляется возможность — более четко ориентироваться и выделении взаимосвязанных компонентов содержания различных дисциплин и таким образом устанавливать содержательные межпредметные связи и связи математики с производством, в частности предусмотреть преемственность в обучении математике по отношению к другим дисциплинам. Иными словами, при формировании компонентов математического знания появляется возможность опираться на компоненты знаний других Дисциплин и знаний производственной деятельности, реализуя при этом преемственность в формах эмпирического и теоретического познания.

Индуктивный путь математического познания заканчивается построением глобальной математической модели — теории. Далее построенная математическая модель подвергается исследованию методами математики. Осуществляется восхождение (дедуктивное) от абстрактного к конкретному, когда конкретное понимается не просто как единичное реально существующее материальное, а как внутреннее содержание отраженная математической моделью сущность объекта. Осуществляется теоретическое познание, задача которого

заключается в том, чтобы видимое, лишь выступающее в явлении, свести к действительно внутреннему движению. При этом «математика, постепенно удаляясь от пространств, доступных чувственному восприятию и возвышаясь до пространства геометрического, не удаляется, однако, от реального пространства, т. е. от истинных отношений между вещами. Она скорее приближается к ним»⁴⁰.

Теоретический уровень тесным образом связан с эмпирическим, представителем которого, как уже отмечалось, в математике выступает индуктивный путь получения знания. Познание сущности объектов посредством и внутри математической модели не исключает в то же время полностью и эмпирическое — индуктивное познание. Оно развивается и уточняется. Достаточно сказать, что наиболее совершенная форма индуктивного пути познания — математическая индукция, которую математика использует в качестве собственного метода познания и применяет в рамках математических моделей.

Теоретическое познание, таким образом, углубляет наши знания в каждом ранее сформированном путем эмпирического познания компоненте. Происходит как бы возвращение к тем же формам познания, но на новом уровне — на уровне сущности. Воссоздается конкретное в мышлении. «Конкретное, — пишет К. Маркс, — потому конкретно, что оно есть синтез многих определений, следовательно единство многообразного. В мышлении оно поэтому выступает как процесс синтеза, как результат, а не как исходный пункт... созерцания и представления. На первом пути полное представление подверглось испарению путем превращения его в абстрактные определения, на втором пути абстрактные определения ведут к воспроизведению конкретного посредством мышления»⁴¹.

Поскольку математика, после того как ее компоненты смоделированы, используется в дальнейшем в качестве средства познания в других дисциплинах и в производственной деятельности, то, применяя высказанное положение, мы можем сказать, что чем ближе дисциплина находится к производству, тем полнее и содержательнее становятся компоненты ее знаний, получаемые на конечном шаге познания. Они вбирают в себя содержание компонентов дисциплин с более высоких уровней абстракции. Так, компоненты знаний общетехнических дисциплин обогащаются за счет знаний естественных и математических дисциплин.

⁴⁰ Ленин В. И. Полн. Собр. Соч. Т. 29. С. 482.

⁴¹ Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 46. Ч. 1. С. 37.

Однако в рамках математических и других теоретических моделей, взятых как в отдельности, так и в определенном синтезе, мы можем подняться лишь до конкретного в мышлении. Нас же интересует не только совокупность знаний о вещи, но и умение применять эти знания на практике, в производственной деятельности. Необходимо восхождение к чувственно-конкретному с целью практического использования теоретических знаний в процессе предметной преобразующей деятельности.

Знания, полученные путем теоретического познания, находятся на высоком уровне абстракции и обобщения. Чтобы успешно их применять на практике и использовать в качестве руководства к действию, необходимо, в частности, научиться на основе понятий воссоздавать образы — представления⁴², на основе которых в дальнейшем можно будет проектировать наглядные и материальные модели, планировать и преобразовывать производственную (предметную) деятельность. Иными словами, при формировании умения применять теоретические (в смысле конкретные в мышлении) знания на практике (формируя чувственно-конкретные) необходимо учить учащихся переходу от форм познания высокого уровня абстракции через формы более низкого уровня абстракции к производству.

Особенно актуален этот вопрос для математики и математизированного теоретического знания. Это связано с высоким уровнем не только общности и абстракции, но и формализации математического знания. Математические понятия, методы, законы, теории, как было показано выше, являются чисто теоретическими. Более того, хотя они и могут быть получены индуктивным путем в процессе эмпирического познания, все же окончательное описание и теоретическое обоснование они получают в рамках математической теории. Поэтому с целью их осознания и применения на практике возникает необходимость в наличии специального аппарата соотнесения теоретического знания с реально существующим, наблюдаемым — специальных моделей, приемов и способов.

Теоретические знания получают частичную интерпретацию в изучаемой предметной области с помощью правил соответствия⁴³. Удачный выбор (построение) правил соответствия в процессе обучения

⁴² Заметим, что представление как форма познания носит двойственный характер, оно может создаваться на основе ощущений в процессе эмпирического познания и на основе теоретических знаний.

⁴³ См.: Карпович В. Н. О формальном критерии эмпирической содержательности теоретических терминов // Проблемы логики и методологии науки. Новосибирск, 1982. С. 199.

может оказаться решающим фактором при формировании умений применять математические знания на практике вообще и в производстве в частности.

Компоненты математического знания могут быть интерпретированы в знаниях более низкого уровня абстракции и общности самой математики, естественных, общетехнических и специальных дисциплин, в сфере производственной деятельности. При интерпретации в одной области, например производственной, знания других областей (естественнонаучные, общетехнические, специальные) могут оказаться промежуточными звеньями.

Таким образом, процессы интерпретации и применения математических знаний есть многоступенчатые процессы, где «ступеньками» являются формы познания. «Спуски» по этим «ступенькам» можно рассматривать в рамках как одной, так и нескольких дисциплин.

Итак, мы рассмотрели полный цикл познания, на содержательном уровне раскрыли глобальную структуру процесса учебного познания, которая может быть представлена схематически (рис. 2).

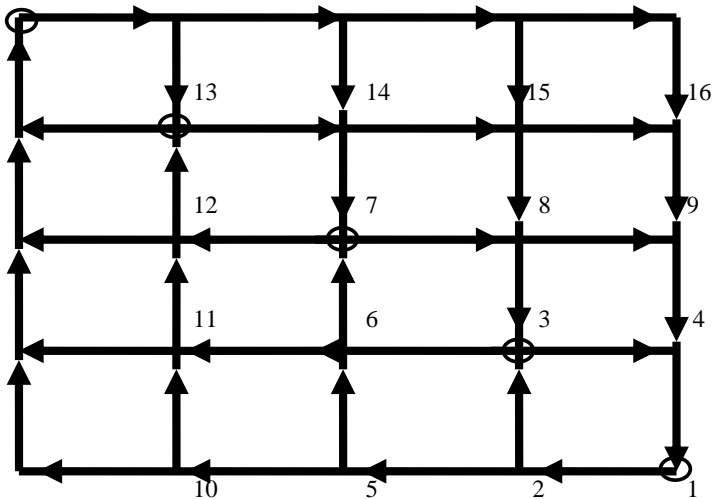


Рис. 2

Компоненты, расположенные по диагонали, являются ведущими. Они разделяют эмпирическое познание и теоретическое. Это формы, как показывают стрелки, в первом приближении на уровне эмпирического познания могут быть сформированы в рамках соответствующей науки ее средствами и с опорой на компоненты знания более низкого уровня данной и других наук, расположенных на схеме правее. Так, при формировании понятий в общетехнических дисциплинах мы можем опираться на представления, восприятия, ощущения и опыт познавательной деятельности, полученные учащимися в общетехнических, специальных дисциплинах, а также в производственном обучении и производстве.

Однако данные формы познания не отражают в достаточной степени сущности познавательных объектов и процесса познания и потому не могут определить всех способов познавательной деятельности как в изучаемой дисциплине, так и в дисциплинах более низкого теоретического уровня (стоящие справа от нее) без методов теоретического познания, применяемых в этой дисциплине, и методов теоретического познания дисциплин более высокого теоретического уровня (стоящие от нее слева). Поэтому стрелки, входящие в них слева, указывают на необходимость использования моделей и способов теоретического познания, которые углубляют и расширяют знания, полученные эмпирическим путем.

Рис. 2 достаточно четко показывает два пути связи теории с практикой, математики с производством, которые, вообще говоря, уже были нами раскрыты в процессе теоретических рассуждений. Речь идет об опоре на практику эмпирического познания и об использовании теоретических знаний в качестве основы преобразующей, в частности производственной, деятельности.

Но как же быть с третьим путем, когда практика «вплетается» в процесс познания? Оказывается, данный путь также охватывается рис. 2. В этом случае познание должно осуществляться по все увеличивающимся циклам с постепенным расширением и углублением знания. Например: 1 — 2 — 3 — 4 — 1 — 5 — 6 — 7 — 8 — 9 — 4 — 1 и т. д. Как видно, в цикле 1 — 5 — 6 — 7 — 8 — 9 — 4 — 1 принимает участие и цикл 3 — 6 — 7 — 8 — 3, но уже в качестве составляющей. Далее цикл расширяется до цикла 1 — 2 — 5 — 10 — 11 — 12 — 13 — 14 — 15 — 16 — 9 — 4 — 1, где к прежним добавляется подцикл 7 — 12 — 13 — 14 — 7.

Однако не всякую замкнутую последовательность вершин на рис. 2 можно считать циклом познания. Так, последовательность 5 — 10 — 11 — 6 — 5 не образует цикла познания. Причина в том, что если цикл включает только один вид познания (эмпирическое или теоретическое), то он не может считаться полноценным. Из рис. 2 видно, что полноценный цикл следует строить с учетом направления стрелок.

Начинаться цикл, вообще говоря, может с любого компонента. Содержание переходов от одного компонента к другому (;1 также и содержание компонентов) может переноситься из одной дисциплины в другую. Однако целесообразность такого переноса может быть установлена только с учетом конкретных особенностей построения конкретного процесса обучения.

В современных условиях обучения математике, когда на первый план выступает теоретическое познание, целесообразно использовать последовательность расширяющихся циклов с «вершиной в математическом познании».

Итак, мы рассмотрели глобальную структуру познания, раскрыв связь научного знания и процесса незнания с практикой во всех выделенных в начале параграфа аспектах. Данная структура должна стать основой построения цельной структуры познавательной деятельности в процессе обучения.

Усвоение учащимися структуры взаимосвязи полученных различных видов знаний даст возможность оценить роль и место науки в преобразующей деятельности человека и на этой основе осознать место человека в системе «наука — человек — производство».

Для того чтобы более детально раскрыть состав и структуру познавательной деятельности, необходимо раскрыть сущность, состав и структуру переходов (они обозначены стрелками на рис. 2) между компонентами.

§ 4. Структура мышления в процессе формирования знаний

Результаты познания окружающей нас действительности фиксируются в научных теориях. Научные теории есть продукт деятельности мышления. Поэтому, чтобы выяснить способы формирования научного знания, в частности математического, необходимо обратиться прежде всего к анализу форм мышления в их связи с формами познания. «Предметы и явления объективного мира находятся между собой

в разнообразных связях и отношениях... Познание и обобщение этих связей и отношении является одной из основных форм мышления»⁴⁴.

В предыдущем параграфе показано, что исходным пунктом в процессе правильно организованного учебного познания является производство. Именно оно должно обеспечить предметную основу мышления. В мышлении через процессы анализа, сравнения и синтеза познаются, а затем обобщаются существенные общие качества и свойства единичных предметов того или иного рода⁴⁵.

«Трудовая деятельность, “расщепившая” природу на субъект и объект, радикально изменила характер познания. Во-первых, воздействуя на предметы природы орудиями труда, человек изменял их, раскрывая различные новые свойства, а тем самым глубже и всесторонне их познавал. Во-вторых, орудия труда позволили человеку открыть общее в различных предметах. Орудие труда, применяясь многократно, в разное время и в разных местах, приводило к одинаковым во всех этих случаях результатам, т. е. выявляло общие свойства. Да и пользование им разными людьми, притом разных поколений, говорило о наличии в самой орудии труда общего. В-третьих, трудовая деятельность показала, что познание всегда носит общественный характер: познают вещь сообща, обмениваясь плодами этой своей деятельности, а не в одиночку»⁴⁶.

Рассмотрим систему мыслительных операций, позволяющую осуществить переход от предметного оперирования орудиями труда, материалами и т. и. в процессе производства к оперированию математическими понятиями. Производственный процесс его участником воспринимается как непрерывный процесс собственной деятельности, а не как существующий самостоятельно процесс производства, поскольку мышление направлено не на изучение производственного процесса, а на реализацию — исполнение протекающей в данный момент операции. А в процессе познания движения, отмечал В. И. Ленин, происходит его огрубление.

Поэтому, для того чтобы понять производственный процесс, его также необходимо сначала разложить на составляющие. Этой цели служит прием анализа. Именно с него начинается мыслительный

⁴⁴ Шардаков М. Н. Мышление школьника. М., 1963. С. 6.

⁴⁵ См. там же. С. 5.

⁴⁶ Диалектика процесса познания / Под ред. М. Н. Алексева, А. М. Коршунова. М., 1985. С. 79.

процесс. «...Процесс мышления — это прежде всего анализирование и синтезирование»⁴⁷.

Анализ невозможен без синтеза. После расчленения производственного процесса должно быть проведено его синтезирование, поскольку разрозненная совокупность также еще не есть процесс. Лишь только при наличии синтеза формируется восприятие процесса как целого.

Однако важно заметить, что в процессе синтеза осуществляется не произвольное соединение элементов, а расположение их в определенной последовательности. Но поскольку упорядоченность — характерная черта технологического процесса, то можно говорить, что в процессе синтеза формируется эмпирическое знание о технологии производственного процесса. Формой знания является эмпирическая модель знания, отражающая структуру производственного процесса, например алгоритм деятельности.

Дальнейший процесс познания направлен на изучение совокупности способов деятельности, поскольку об осуществлении их как самостоятельных знания получены. С этой целью, очевидно, должно быть посредством анализа и синтеза проведено их отделение от целостного процесса, а затем проведено сравнение и выделено, объединено то общее, что имеется в разных способах деятельности, воспринимаемых как определенная законченная последовательность операций. Результатом таких мыслительных операций будет представление о производственном процессе, содержательную часть которых составит эмпирическое знание о технике. В самом деле, если сравнить различные способы деятельности по выпуску продукции на данном производстве, то сразу становится ясно, что именно техника в них и является общей. Поэтому, применяя операции анализа, синтеза, сравнения, обобщения (простейшего эмпирического), мы можем сформировать у учащихся представление о производстве, характеризующееся пониманием в нем роли техники, а также представление о внешних ее формах, выраженное в виде материальных моделей, рисунков, схем, чертежей.

Подобно тому как определяющую роль в производстве играет техника, такую же роль в мышлении играет сравнение. Поэтому не случайно именно оно приводит к выделению в способах производства содержательной основы — техники, а в процессе мыслительной деятельности — к пониманию и рациональному мышлению.

⁴⁷ Шардаков М. Н. Мышление школьника. М., 1963. С. 6.

«Сравнение есть основа всякого понимания и всякого мышления (подчеркнуто нами. — М. Б.). В дидактике сравнение должно быть основным приемом. Чтобы какой-нибудь предмет был понят ясно, отличайте его от самых сходных с ним предметов и находите сходство с самыми отдаленными от него предметами, тогда вы выясните себе все существенные признаки, а это значит понять предмет»⁴⁸.

«Сравнение выступает не только как средство познания, но и как средство умственного развития. Вместе с умением сравнивать — “внутри” него (подчеркнуто нами. — М. Б.) и в значительной степени благодаря ему — у школьников формируются и другие умственные умения»⁴⁹. Поэтому можно утверждать, что сравнение является связующим звеном обыденного и правильного рационального мышления. В самом деле, в приведенном положении имеются два момента, прямо указывающих на роль сравнения в становлении мышления, на понимание сути развития мыслительной деятельности. Первый из них состоит в том, что *овладение приемом сравнения* (а вместе с этим и приемом анализа и синтеза, поскольку сравнение предполагает анализ и синтез) *создает благоприятные условия для формирования других приемов*. Второй состоит в том, что *формирование других приемов начинается уже в рамках приема сравнения*.

С точки зрения развития познавательной деятельности важно в этом видеть не что-то противоестественное, а проявление *диалектики развития форм мышления*: анализ и синтез служат основой сравнения, а сравнение, в свою очередь, служит основой формирования других приемов и входит в них в снятом виде и в новом качестве.

Более точным предоставляется следующее определение роли приема сравнения в развитии мышления. «Сравнение — сопоставление объектов с целью выявления черт сходства или черт различия между ними (или того и другого вместе). Является важнейшей предпосылкой обобщения. Играет большую роль в умозаключениях по аналогии. Суждения, выражающие результат сравнения, служат цели раскрытия содержания понятий в сравниваемых объектах; в этом отношении сравнение служит в качестве приема, дополняющего, а иногда и заменяющего определение»⁵⁰.

Детализируя приведенное определение, можно высказать следующие важные для дальнейшего изложения положения:

⁴⁸ Ушинский К. Д. Соч. в 11 т. М.; Л., 1952. Т. 11. С. 436.

⁴⁹ Бондаренко С. М. Учите детей сравнивать. М., 1981. С. 15.

⁵⁰ Философский словарь. 3-е изд. М., 1975. С. 389.

- 1) сравнение выполняется с определенной целью;
- 2) опираясь на сравнение, можно формировать понятия;
- 3) опираясь на сравнение, можно строить суждения и совокупности суждений, в частности определения;
- 4) сравнение является основой формирования других логических приемов (обобщения, аналогии и т. и.);
- 5) опираясь на сравнение, можно строить умозаключения.

Остановимся на этих положениях несколько подробнее. Сравнение является формой мыслительной деятельности. «Начальным моментом мыслительного процесса является проблемная ситуация. Мыслить человек начинает, когда у него появляется потребность что-то понять»⁵¹. Поэтому начальным моментом сравнения, как и мышления вообще, служит проблемная ситуация.

В зависимости от поставленной цели сравнения (от того, что мы хотим понять) возможны различные пути развития познания, формирования различных видов понятий: о предметах, об операциях, об отношениях в широком смысле, включая отношение между знанием и незнанием, — и соответственно различные линии развития познания: содержательная, операционная, познавательная.

После того как сформированы представления о способах производственной деятельности, содержанием которых является техника, процесс познания, а вместе с ним и процесс мышления продолжается по восходящей линии. К новому результату — моделям представлений (как, впрочем, и к моделям ощущений и восприятий) применима вся совокупность рассмотренных приемов: анализ, синтез, сравнение, обобщение. Предметы, представления, содержащие самые различные общие существенные, сходные качества, сопутствующие признаки, являются основой, исходным материалом мыслительной операции⁵².

Ведущим приемом здесь по-прежнему выступает сравнение. Однако осуществляется сравнение не реальных способов производственной деятельности, а продуктов мышления, поэтому и характер сравнения несколько изменяется. Оно проводится по определенному направлению, которое задается основанием сравнения — техникой. В процессе сравнения способов производственной деятельности на этой основе важны не формальные внешние характеристики, а сущностные характеристики производственной деятельности, которые задают

⁵¹ Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. М., 1946. С. 347.

⁵² См.: Курсанов А. А. Индивидуализация учебной деятельности школьников. Казань,

основу сравнения. Опираясь на эти характеристики, можно провести сравнение и затем распределение по классам способов производственной деятельности, например, с применением станков с ЧПУ и без него.

Всем способам такого класса будет присуще общее существенное, которое лежит в основе создания и функционирования техники. Поскольку основу техники составляют знания естественных наук, то абстрагируя и обобщая то существенное общее, что имеется у объектов класса, мы можем формировать понятия естественных наук, представленные в форме соответствующих моделей. В. И. Ленин писал, что «самое простое *обобщение*, первое и простейшее образование *понятий* (суждений, заключений etc.) означает познание человека все более и более глубокой *объективной* связи мира»⁵³.

Итак, применяя операции анализа, синтеза, сравнения, классификации, абстрагирования, обобщения к моделям представлений о производстве — техническим объектам, мы формируем понятия.

Однако сформированные таким путем естественнонаучные понятия являются эмпирическими. Они возникли на основе чувственного опыта и обобщены по признакам, доступным наблюдению. Эмпирические понятия описываются реальными определениями. Эти понятия и определения, хотя еще не являются математическими, но уже могут выражать математические закономерности. Если эти закономерности объединить в один класс, абстрагировать и представить на языке математики, то мы тем самым построим модель математического знания, например формулу.

Далее осуществляется собственно математическое познание. Каким же образом строится познание в пределах математики? Охарактеризуем его сначала в общих чертах.

Оно осуществляется путем построения дедуктивной теории. Наиболее распространенным и все более проникающим и в другие науки является аксиоматический метод. В рамках этого метода строятся новые модели математических объектов — одна ветвь и доказываются новые утверждения — другая ветвь познания. Раскрытие сущности его развития и есть не что иное, как раскрытие сущности теоретического уровня познания в математике.

Первая ветвь реализуется посредством определения понятий, конструирования математических методов, законов, теорий; вторая — посредством различных видов доказательств.

⁵³ Ленин В. И. Полн. собр. соч. Т. 29. С. 161.

Первая ветвь продолжает содержательную — онтологическую линию эмпирического познания и реализуется на основе и посредством логических приемов мышления. Вторая — продолжает процессуальную — гносеологическую линию эмпирического познания, рассматривает приемы проверки истинности знаний посредством логико-математических рассуждений.

В процессе обучения математике, как и в математическом познании, обе ветви реализуются параллельно, дополняя друг друга. Но прежде чем рассматривать их в сочетании, проанализируем каждую отдельно.

Математика имеет дело с абстрактными теоретическими понятиями, которые формируются на основе эмпирических. Каким же образом происходит формирование теоретических знаний и в связи с этим теоретического мышления учащихся как целого, которое имеет два основных уровня? На первом уровне, который мы только что рассмотрели, «1) на основе *анализа* фактических данных и их обобщения выделяется содержательная, реальная абстракция, фиксирующая сущность изучаемого конкретного предмета и выражаемая в виде понятия о его «клеточке», 2) затем путем раскрытия противоречий в этой «клеточке» и определения способа их практического решения следует восхождение от абстрактной сущности и нерасчлененного всеобщего отношения к единству многообразных сторон развивающегося целого, к конкретному.

С точки зрения характеристики *общего пути* познания эти формы можно рассматривать как два последовательных этапа (аналитический и синтетический)⁵⁴. Математическим познанием начинается второй этап, на котором уточняются, углубляются эмпирические понятия. Здесь происходит снова расчленение выделенных свойств объектов, их дифференциация и дальнейшее уточнение. «Одна из типичных форм развития понятий состоит именно в дифференциации некоторых первоначальных обобщений, устранении неточных отождествлений»⁵⁵.

В качестве исходного на втором уровне снова выступает прием анализа, применяемый к системе уже построенных моделей.

Особенностью математических понятий является тот факт, что математические понятия характеризуют не один предмет, а целый класс

⁵⁴ Давыдов В. В. Виды обобщений в обучении. М., 1972. С. 315.

⁵⁵ Диалектика научного познания. М., 1978. С. 373.

предметов, «в алфавит математического языка включаются объекты не ниже первого типа (классы, классы классов и т. п.)»⁵⁶.

В основу создания классов кладутся совокупности признаков, присущих каждому объекту данного класса. Чтобы выделить совокупность признаков, характеризующих класс, необходимо провести анализ, синтез, сравнение объектов по признакам, свойствам.

На основе сравнения признаков осуществляется распределение их по группам — классификация, которой подвергаются эмпирические понятия. Совокупность эмпирических понятий и соответственно способов деятельности, охватываемых данным понятием, образует класс, который характеризуется совокупностью выделенных признаков.

Однако отдельные признаки, отнесенные к определенному классу, необходимо еще объединить. Это делается с помощью обобщения и моделирования. В результате создается математическая модель класса эмпирических понятий и соответствующих им способов деятельности.

Построенная по заданным характеристикам модель класса может быть не одна, их, как правило, несколько. Изучение этих моделей с точки зрения выделенных признаков помогает абстрагировать их, отделить и затем обобщить. В результате дается математическое описание понятия — термин, символ.

Итак, получаем последовательность приемов мышления:

анализ — синтез — сравнение — классификация — абстрагирование — моделирование — обобщение. Ведущим в этой системе снова является сравнение.

После того как сформировано понятие и построена модель (термин, обозначение), появляется необходимость ее описать. Для этого используются определения. Как же они возникают? Чтобы найти способ описания понятия, приходится обратиться к способу его получения. Осознав способы возникновения понятий (синтез, абстрагирование, обобщение), их и берем за основу (поскольку других путей описания понятий нет). Так появились определения генетические, через абстракцию, через ближайший род и видовое отличие. Поскольку имеется несколько видов математических понятий и соответствующих им моделей, то, естественно, появились и самые различные виды абстракции: абстракция идеализации, отождествления и т. д.

Особенностью математического познания, как уже отмечалось, является его ступенчатость. Поэтому выделенная структура повторя-

⁵⁶ Сухотин А. К. Философия в математическом познании. Томск, 1977. С. 28.

ется. Применяя ее к понятиям одного уровня, мы формируем понятия более высокого уровня. Применяя операции анализа, синтеза, сравнения, классификации, абстрагирования, моделирования и обобщения к понятиям, мы конструируем математические методы, законы, математические теории.

Рассмотрим для примера построение математических определений. На основе анализа совокупности сформированных понятий, их сравнения и классификации выделяются понятия, взаимосвязанные с имеющимися, которые объединяются в один класс, из которых будет строиться определение. Далее целесообразно построить модель, которая отражает структуру построения определения. После этого можно абстрагироваться от сущности понятий, от их взаимосвязи и строить формальное определение, в котором фиксируются общие связи между понятиями. Происходит своеобразное обобщение понятий, в результате чего математическое познание поднимается на более высокую ступень. Новое понятие включено в систему имеющихся.

Итак, мы рассмотрели развитие в математике содержательного аспекта процесса познания.

Не менее важным направлением развитая познания является процессуальный аспект. Он приводит к рассмотрению логических форм мышления — аналогии, индукции, дедукции, а также их совокупностей, выражаемых в форме разного рода доказательств.

Рациональное познание, как уже отмечалось, начинается с применения приема сравнения. Сравнение, применяемое для выяснения правильности познания, есть иное сравнение, чем примененное к получению новых результатов познания.

Теперь мы говорим о процессе познания. Изменилась цель применения сравнения и других мыслительных приемов, изменились также объекты, которыми оперирует мышление. Исходным пунктом понимания сущности процесса познания является сравнение знания и незнания, сравнение того, что мы уже знаем, и того, что еще не знаем, но каким-то образом (в форме ощущений, восприятия и т. д.) отражаем. Сравнение нового факта с ранее воспринимаемым служит основанием для вывода об истинности или ложности нашего суждения, если сравнение идет на уровне суждений, или о правильности выбора объектов, если сравнение идет на уровне реальных объектов. Осознание такого процесса мышления приводит к пониманию его как способа получения нового знания посредством имеющегося и в конечном итоге как фактического доказательства, развитием которых в ма-

тематике является доказательство существования модели формируемого знания.

Сравнивать вновь полученные знания (ощущения, восприятия, представления, понятия) можно с соответствующими видами знания, приобретенными ранее, а можно — со знаниями более частными. Выделение этих приемов из общего приема сравнения знания и незнания привело к возникновению приемов аналогии и индукции и соответствующим умозаключениям. Эти формы мышления в совокупности с содержательной стороной познавательного процесса образуют новые способы обоснования полученных знаний, называемые *правдоподобным* доказательством.

Во всех формах мышления и познания нас интересует не только способ получения нового знания как таковой, но и его возможности детерминировать истинность знаний. Общественно-историческая практика показала, что все перечисленные выше формы мышления, за исключением одной, только в случае многократного повторения, подтверждения на опыте или в эксперименте способны дать более или менее достоверный результат, служить способом получения достоверного знания.

Осознание мышления, основанного на приеме проверки знания посредством обращения к общему знанию, приводит к дедуктивному способу обоснования нового знания и дедуктивным доказательствам. Справедливость сказанного станет очевидной, если обратиться к определению дедукции, данному в Большой Советской Энциклопедии: «Дедукция (от лат. *deductio* — выведение), переход от общего к частному; в более частном смысле термин “дедукция” обозначает процесс логического вывода, т. е. перехода по тем или иным правилам логики от некоторых данных предложений — посылок — к следствиям (заключениям), причем в некотором смысле следствия всегда можно характеризовать как “частные случаи” (“примеры”) общих посылок. Термин “дедукция” употребляется и для обозначения конкретных выводов следствий из посылок (т. е. как синоним термина “вывод” в одном из его значений), и — чаще как родовое наименование общей теории построения правильных выводов (умозаключений)».

С появлением дедуктивной формы умозаключения появилась возможность формализовать рассуждения. Для этого стало необходимым выделение 1) строго описанных посредством определений понятий-объектов и понятий-операций и 2) трех форм обоснований: существованием, фактическим и правдоподобным.

Совокупность, точнее последовательность, дедуктивных переходов в математике образует метод дедуктивного доказательства.

Дедуктивные доказательства служат в математике средством обоснования тех или иных полученных путем исследования результатов.

Дальнейшее познание в математике характеризуется, с одной стороны, дифференциацией, а с другой — интеграцией. Возникновение описаний для понятий-операций явилось исходным пунктом для теории алгоритмов и конструктивной математики. Абстрагирование и формализация дедуктивных рассуждений привели к возникновению и развитию математической логики.

Вместе с тем в математическом исследовании стали использоваться комплексно как конструирование новых объектов, так и их обоснование. Возникли способы познавательной деятельности. При конструировании понятий наряду с определениями используются обоснования существованием и фактические доказательства, когда речь идет о проверке существования определяемого объекта. При конструировании понятий-операций используются правдоподобные рассуждения, когда правильность операции проверяется повторным ее выполнением. Наконец, при конструировании описаний объектов посредством метапонятий используются дедуктивные доказательства.

В основе как дедукции, так и других способов получения нового знания лежат приемы мышления.

Процесс возникновения приемов доказательства происходит параллельно с формированием новых знаний и на основе тех же приемов мышления лишь с той разницей, как уже отмечалось, что в одном случае мы оперируем внешними материализованными формами, а во втором — результатами познания, полученными в разное время.

Действительно, если обратиться к содержанию этих приемов и сопоставить их с уровнями развития познания способов производственной деятельности, то станет очевидным, что фактические доказательства по своей сущности соответствуют характеру производственной деятельности, доказательства существованием — характеру технологического знания, аналогия — характеру технического, индукция — естественнонаучного и дедукция — математического. Вместе с тем они являются разновидностями метапонятий. Поэтому в процессе их формирования используются те же приемы, что и для других компонентов знаний. (Отсюда вытекает важное дидактическое положение о

том, что применение каждого приема должно заканчиваться его осознанием.)

Но одна форма, даже самая совершенная, как показала общественно-историческая практика в области развития научного знания, не в состоянии обеспечить потребности научного исследования и познания. Для научного исследования и научного познания все они оказались необходимы вместе, в целостном единстве.

В процессе математического познания весьма важным является вопрос о том, что почти никакие новые результаты ученые не получали дедуктивным путем, т. е. чисто теоретическими выводами. Математическое исследование включает в себя как эмпирическое, так и теоретическое познание. Эмпирическими способами познания происходит открытие результата, а затем с помощью теоретических методов происходит обоснование.

Поэтому на теоретическом уровне — в процессе собственно математического исследования — происходит слияние эмпирического познания и теоретического и слияние рассмотренных двух направлений. При этом весьма существенным является вопрос о том, какой вид познания какому предшествует и в каких его формах. Очевидно, что в глобальной структуре познания эмпирическое познание во всех его формах предшествует теоретическому, также взятому во всех формах. И в соответствии с этим приемы первого направления предшествуют приемам второго направления. В самом деле, при открытии новых свойств, закономерностей ученый применяет все логические приемы мышления и использует эмпирические формы познания. В то же время при обосновании полученных результатов, сформулированных гипотез он применяет все способы доказательных рассуждений, прежде чем придет в итоге к дедуктивному математическому доказательству и обоснованию результата.

Поскольку способы доказательных рассуждений основываются на логических приемах мышления, то, чтобы обучить учащихся такого рода обоснованиям и показать развитие способов обоснования, в учебном процессе необходимо переходить постепенно от логических приемов мышления к дедуктивным доказательствам. В результате выясняется, что посредством эмпирических приемов мышления в совокупности с доказательными рассуждениями строим теории.

После того как построена математическая теория, возникает задача научиться ее применять в качестве средства познания как непо-

средственно к объективной реальности, так и с целью дальнейшего углубления знаний в других дисциплинах.

Рассмотрим сначала применение математики в качестве средства углубления знаний в других научных дисциплинах.

Характерной чертой развития современного научного знания является его математизация. «Смысл математизации знаний состоит в том, чтобы из точно сформулированных предпосылок выводить следствия, уже доступные наблюдению, сделать обозримыми сложные и запутанные реальные процессы, подмечать и формулировать присущие им качественные закономерности, чтобы указать экспериментатору, что же следует наблюдать»⁵⁷. Это означает, что математика при определенных условиях прогнозирует не только результаты, но и исследовательскую деятельность в других научных дисциплинах, дополняя и расширяя полученные ранее эмпирические знания.

Математическое знание, будучи перенесенным в другие учебные предметы, изменяется, приобретая новые формы. Происходит процесс дифференциации математических знаний. Для того чтобы учащиеся овладели этим процессом, необходимо чтобы они овладели приемами и способами мышления и познавательной деятельности, лежащими в его основе. Поэтому рассмотрим теперь психологические приемы, характеризующие нисходящую ветвь синтеза математических и профессионально-технических знаний.

Сформированное математическое знание характеризуется целостностью и системностью. Поэтому первыми приемами, характеризующими процесс дифференциации, являются приемы анализа, синтеза, сравнения. В процессе применения этих приемов к математическому знанию осуществляется отбор элементов, подлежащих дифференциации (ибо, заметим, процесс дифференциации осуществляется с определенной познавательной целью).

Следующим приемом должен быть прием содержательного обобщения. Однако в основе его, как известно, лежат приемы анализа, синтеза, сравнения, классификации и абстрагирования. В изучаемом объекте анализируются и синтезируются его конкретные свойства, сравниваются с характеристиками элементов математического знания, классифицируются и затем абстрагируются и обобщаются в единое целое с выделенным математическим знанием. При переходе к естественным наукам добавляются характеристики физического и

⁵⁷ Гнеденко Б. В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. М., 1982. С. 67.

химического знания, далее — технического, технологического и профессионального. В результате математическое знание становится все более полным и конкретным.

При переходе от математических знаний к техническим, технологическим и профессиональным названная совокупность приемов повторяется. Отличие будет состоять в форме дифференцируемого знания (которое будет естественнонаучным, техническим, технологическим) и в добавляемых свойствах, которые сначала будут существенными и затем уже несущественными.

Если говорить о приемах проверки результатов математического познания, то ими служат эксперимент, аналогия, проверка существованием, фактическая проверка. Какой из них станет ведущим, определяется характером предмета.

Соединив посредством применения математических моделей математическое знание с естественнонаучным и профессионально-техническим, мы тем самым восходим к конкретному в мышлении. Получаем максимально полное синтезированное представление об изучаемом объекте.

На этом теоретическое познание как самоцель заканчивается. Его задачи решены. Оно показало содержание и внутреннюю сущность объекта, доказало его существование.

Затем наступает новый этап, который можно охарактеризовать как деятельностно-преобразующий. Основной целью этого звена познания является восхождение к чувственно-конкретному посредством использования абстрактного знания.

Каким же образом осуществляется преобразующая деятельность человека? Человек от всех других существ в процессе своей деятельности отличается тем, что он планирует и затем реализует свою деятельность. В основе планирования лежат теоретические знания.

Рассмотрим применяемые при этом приемы мышления. В результате теоретического решения проблемы мы имеем новые синтезированные понятия, факты, способы деятельности, которые требуют нахождения им соответствующих реальных объектов.

Здесь как бы снова начинается эмпирическое познание, но только в противоположном направлении — получение эмпирических данных на основе теории. Исходными логическими приемами снова выступают анализ и сравнение. В самом деле, для того чтобы найти реальный объект, соответствующий данному понятию, мы должны провес-

ти анализ свойств данного понятия и затем сравнить их с эмпирически воспринимаемыми свойствами реального объекта.

В результате проведенного таким образом сравнения мы делаем вывод о соответствии объекта данному понятию. При этом мы имеем дело с приемами содержательного обобщения и моделирования.

Если же объект на основе свойств, зафиксированных в понятии, подобрать бывает сложно или же он еще должен быть сконструирован, то в этом случае находится или моделируется соответствующая математическому закону естественнонаучная закономерность. На следующем шаге прибегают к чертежам, посредством которых делается попытка создать максимально полное представление об объекте, дополняя существенные свойства понятия несущественными. Таким образом, следующим приемом является *формирование представлений* на основе понятий, соответствующих техническим моделям.

Но, приписав модели реальные характеристики, необходимо еще определить структуру деятельности, ведущую к построению объекта. Для этой цели в математике, да и в других науках, например в специальных, применяются методы решения задач на построение.

Итак, еще одним важным приемом является *планирование деятельности* и построение алгоритмов деятельности, характеризующих технологию создания объекта. Реализация этой технологии в конкретных условиях дает требуемый объект.

Совокупность перечисленных приемов устанавливает связь полученных теоретических выводов с практикой, благодаря чему теоретические знания приобретают практическую значимость и действительность, через которые реализуется преобразующая сила научного знания. Приемы проверки те же, что применяются в соответствующих предметах.

Рассмотренная система приемов может реализовываться в двух вариантах: на основе синтезированного знания, как это показано выше, и на основе исключительно математического. В первом случае воссоздается производственный объект, а во втором — математический.

Таким образом, приемы анализа, сравнения, содержательного обобщения, планирования деятельности и различные доказательства обеспечивают использование теоретических знаний в практике.

Тем самым завершается цикл познания, который начался с живого созерцания и был продолжен различными видами теоретического познания, в том числе и математическим. Синтез этого знания привел к

конкретному в мышлении, а применение синтезированного знания — к чувственно-конкретному.

Итак, основными психологическими требованиями в процессе обучения математике являются: овладение формами мышления, постепенный переход от обыденного, предметно-действенного к математическому, абстрактно-теоретическому и, наконец, к чувственно-конкретному мышлению.

Мы рассмотрели глобальный цикл математического познания, когда строится математическая теория, а затем применяются готовые модели. Однако далеко не всегда среди имеющегося у нас запаса знаний существуют «готовые» модели, удовлетворяющие необходимым требованиям. В этом случае нам самим приходится заново такую модель строить.

«Приступая к математическому решению практической задачи, мы неизбежно ее упрощаем и изучаем лишь приближенную ее схему, или, как сейчас принято говорить, ее *математическую модель*. По мере уточнения наших знаний и выяснения роли ранее не учитывающихся факторов удается сделать математическое описание изучаемого процесса более полным. Процедуру уточнения нельзя ограничить, как нельзя ограничить развитие самого знания. Естественно, что при более полном описании интересующего нас явления нам приходится привлекать новые средства математического описания, новые понятия, использовать новые формулы»⁵⁸.

Таким образом, основным членом с точки зрения применения математики является построение математической модели. Но тогда возникает вопрос: каковы приемы и способы построения математических моделей? Чтобы ответить на него, целесообразно обратиться к математическому моделированию, применяемому в практической работе по решению естественнонаучных проблем. В настоящее время основные этапы математического моделирования при решении упомянутых видов проблем найдены и определены в основном правильно⁵⁹. Система этих приемов может быть представлена в таком виде⁶⁰:

- 1) постановка и по возможности четкая формулировка задачи;
- 2) нахождение основных переменных величин, определяющих процесс или избираемых для изучения;

⁵⁸ Гнеденко Б. В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. С. 67.

⁵⁹ См.: Рыбников К. А. Очерки методологии математики. М., 1982. С. 43.

⁶⁰ См.: Хорофас Д. Н. Системы и моделирование. М., 1967.

- 3) определение соотношений между этими переменными и параметрами, от которых зависит состояние процесса;
- 4) выработка и формулирование гипотезы (или гипотез) относительно характера изучаемых условий;
- 5) построение модели: техническая имитация, математическое описание или другая система, свойства которой, хотя бы для отдельных состояний, совпадают с первоначально установленными;
- 6) проведение контрольных экспериментов;
- 7) проверка гипотезы, принятой при построении моделей, и ее оценка в зависимости от исхода контрольных экспериментов;
- 8) принятие, отклонение или видоизменение гипотез с повторными проверками и выводами.

«Результатом подобной направленности деятельности является формирование некоторой системы воззрений, высказываний, символов и их интерпретаций — системы, отражающей реально протекающий процесс»⁶¹. Иначе говоря, мы получаем теоретическую, в частности математическую, модель.

Чтобы научиться строить математические модели, необходимо знать, какие логические операции, способы познавательной деятельности требуется выполнить. Перечисленная система операций позволяет увидеть, что при построении модели, с одной стороны, непосредственно участвуют *логические приемы мышления*, применяемые для построения элементов теоретической модели, с другой стороны, применяются *способы проверки правильности построенной модели*, т. е. способы доказательства, в частности эксперимент. «Эксперимент и наблюдение нужны не только для того, чтобы построить математическую модель, но и для того, чтобы проверить ее качество»⁶².

Таким образом, при построении математических моделей принимают участие все рассмотренные выше приемы и способы эмпирического и теоретического познания в единстве, в тесной взаимосвязи. Поэтому можно утверждать, что *в основе построения математических моделей лежат способы теоретического познания*, построения математических моделей внутри математики. «Задача математического моделирования абстрактных объектов представляет собой часть

⁶¹ Рыбников К. А. Очерки методологии математики. М., 1982. С. 43.

⁶² Гнеденко Б. В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. С. 67.

общего процесса моделирования материальных систем: технических, естественнонаучных»⁶³.

После того как построена математическая модель и в рамках ее получены новые результаты, возникает задача естественнонаучной или другой конкретной проверки этих математических результатов. Иногда по этому поводу можно встретить ошибочные рассуждения, что якобы математическое познание дает достоверные результаты и не подлежит проверке. Вместе с тем «математизация знаний состоит совсем не в том, чтобы исключить из процесса познания наблюдение и эксперимент, которые являются непрменными составными частями полноценного и всестороннего изучения окружающего нас мира»⁶⁴.

Таким образом, применение математики в качестве метода познания состоит из построения (или использования готовых) моделей и последующей их проверки, «поскольку математическая теория того или иного реального явления всегда приближена, обязательно наступит момент, когда какое-то следствие теории не подтвердится практикой или экспериментом, или же какой-то факт останется необъясненным теорией. В этом случае необходим пересмотр исходных предпосылок математической теории, изменение положений, которые раньше казались незыблемыми. Такой пересмотр приводит к новой теории, способной шире и глубже проникнуть в структуру изучаемых явлений»⁶⁵. Начинается новый виток научного познания в глобальном его масштабе. В локальном же масштабе этот виток означает уточнение и пересмотр математической модели с учетом расширения и углубления области научного познания (см. § 3).

Если говорить о развитии способов проверки результатов математического познания, то в самом общем случае они могут быть любыми в зависимости от изучаемого объекта. Таким образом, получается, что при построении математической модели снова как бы «прокручиваем», но уже в миниатюре, в свернутом виде весь цикл познания. И это на самом деле так. Подтверждением может служить следующее положение: «Логическое построение подавляющего большинства математических моделей также ограничено: оно аксиоматическое. Са-

⁶³ Рыбников К. А. Очерки методологии математики. М., 1982. С. 46.

⁶⁴ Гнеденко Б. В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. С. 67.

⁶⁵ Там же.

мым ответственным моментом оказывается умение выбрать и сформулировать совокупность исходных понятий, операций, аксиом»⁶⁶.

Отличие только в том, что подбираемые здесь компоненты математических знаний, как правило, уже известны, но в подобного рода совокупности (модели) еще не использовались. «Математик вынужден решать своеобразную общую задачу оптимального характера: как, пользуясь сложившимися, уже определенными средствами логического вывода, получить максимально возможную информацию на основе минимального числа исходных посылок»⁶⁷.

Мы рассмотрели систему приемов при движении по диагонали приведенной в предыдущем параграфе модели познавательного процесса. Это нам удалось благодаря тому, что мы изучали способы производственной деятельности на разных уровнях их отражения в системе научного знания.

Но поскольку формы научного познания, на которых построена модель, реализуются и в каждой дисциплине, то, исходя из выделенной системы приемов, можно указать систему приемов, реализуемую в рамках содержания каждого предмета. В результате получается модель приемов мышления, обеспечивающая переход с одного уровня познания на другой и от одного вида знания к другому знанию (рис. 3).

⁶⁶ Рыбников К. А. Очерки методологии математики. М., 1982. С. 46.

⁶⁷ Там же.

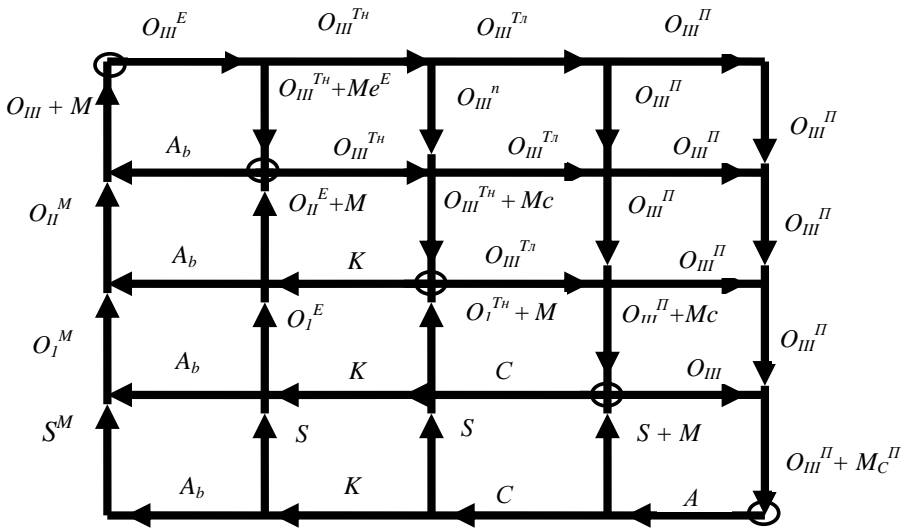


Рис. 3. Условные обозначения: A — анализ; S — синтез;

C — сравнение; M — моделирование на основе содержательного обобщения;

K — классификация; A_b — абстрагирование; O — обобщение;

M (в показателе) — математические знания; E — естественнонаучные знания;

Tn — технические знания; $Tл$ — технологические знания;

II — производственные знания.

Здесь нет цикличности, поскольку не выделяется после каждого шага модель.

Переходы вида:

$$A \rightarrow C \rightarrow K \rightarrow A_b \quad (1)$$

$$O_{III}^E \rightarrow O_{III}^{Tn} \rightarrow O_{III}^{Tл} \rightarrow O_{III}^{II} \quad (2)$$

возможны сквозные, т. е. без включения *М*. Тогда речь идет о «прямом» переходе от моделей производства к моделям математики и наоборот. В (1) речь идет о поэтапном отвлечении от конкретных характеристик, а во (2) — о поэтапном добавлении таких характеристик. Можно говорить о производственном технологическом, техническом, естественнонаучном, математическом на уровне производства, технологии, техники, естествознания и математики знания.

Максимально полное знание каждого вида расположено на диагонали, где синтезируется эмпирическое и теоретическое научное познание.

На рис. 3 указаны только приемы формирования нового знания. Эти приемы в совокупности с приемами проверки истинности знаний и приемами построения моделей получаемого знания образуют способы познавательной деятельности. Можно выделить способы эмпирического познания, способы математического познания, способы теоретического межпредметного познания, деятельностно-преобразующие способы.

Совокупность приемов, соответствующая полному циклу познания, образует синтетический способ познавательной деятельности.

Мы рассмотрели вопросы мышления, связанные так или иначе с математическим содержанием, которые при обучении математике приобретают специфическую окраску и на которые влияет специфика математического содержания. Однако математическое мышление, как и математическое познание, подчиняется всем общим закономерностям. Поэтому остановимся на общих положениях психологии мышления, которые нельзя не учитывать.

Основные принципы советской психологии заложены Л. С. Выготским, А. Н. Леонтьевым, С. Л. Рубинштейном. Они включают, как отмечает Н. Ф. Талызина, «1) понимание психики как деятельности; 2) признание единства ее с внешней практической деятельностью; 3) понимание социальной природы психической деятельности человека»⁶⁸.

Сначала деятельность протекает во внешней материализованной форме, а затем преобразуется во внутреннюю — психическую форму. Поэтому, если мы ставим цель усвоить какие-либо элементы новых научных знаний или способов деятельности, мы их должны материализовать и лишь потом пытаться организовать их усвоение. На первых порах овладения способами деятельности эти знаки выступают

⁶⁸ Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний. М., 1975. С. 322.

как элементы этой деятельности. «Всякая высшая психическая функция в развитии ребенка, — указывает Л. С. Выготский, — появляется на сцене дважды: сперва как деятельность коллективная, социальная деятельность, т. е. как функция интерпсихическая, второй раз как деятельность индивидуальная, как внутренний способ мышления ребенка, как функция интрапсихическая»⁶⁹.

Однако и при наличии знаков на первый план выступает деятельность «...не понятия (и, следовательно, не значения, не знаки, не орудия), а реальная деятельность, связывающая организм с окружающей действительностью, определяет развитие как сознания в целом, так и отдельных психических функций»⁷⁰. Познавательная деятельность как процесс выше своего результата — знаний, ибо она определяет результат, она играет ведущую роль при конструировании знаний. Знания могут быть разными, производиться разными людьми в разные времена, а деятельность по их производству оказывается идентичной. Поэтому главное при обучении — усвоение способов познавательной деятельности, также на первых ступенях усвоения нуждающихся в материализации, в качестве которой служит содержание учебных предметов и средства его выражения (средства обучения).

Но способы познавательной деятельности есть знания, хотя и специфические. Поэтому в процессе познания они также развиваются, как и развивается знание о них. В этой связи естественно поставить вопрос о путях их развития. В наиболее полной и общей форме психологический путь развития мышления и знаний раскрыл В. В. Давыдов. Он показал, что существует эмпирическое и теоретическое мышление, раскрыл его структуру, обосновал важность и необходимость развития теоретического мышления. Овладение логическими приемами и на их основе способами познавательной деятельности в разных дисциплинах, доведение до совершенства в рамках математики и затем применение их уже в качестве методов познания в других предметах, по нашему мнению, есть важнейший и наиболее актуальный на современном уровне развития научно-технического прогресса путь развития теоретического мышления. Более того, он соответствует диалектическому характеру развития знания в направлении восхождения к конкретному, ибо максимально глубокое, полное и потому конкретное — это межпредметное знание. Поэтому знания вообще и знания о способах познавательной деятельности в частности в про-

⁶⁹ Там же. С. 16.

⁷⁰ Там же. С. 20.

цессе применения в других дисциплинах обогащаются, пополняются, расширяются, становятся конкретными.

Но все эти знания, которые учащиеся должны усвоить, необходимо представить сначала во внешней материализованной форме. Поэтому может возникнуть мысль о том, что получится громоздкой их материальная реализация. Вопрос этот снимается тем, что знания, усвоенные на одном материале в одном предмете, в дальнейшем фиксируются в свернутом виде лишь как элементы нового способа деятельности. Поэтому новые способы внешне — в материализованной форме — не будут громоздкими, но будут информативно емкими. Психологически это обосновано тем, что в процессе усвоения происходит свертывание знаний и способов деятельности и включение их в более общие целостности, т. е. происходит диалектическое развитие знаний и способов деятельности.

Более детально на рассмотрении психологических подходов к построению обучения мы останавливаться не будем. С точки зрения обучения математике они подробно проанализированы Н. В. Метельским, который приходит к необходимости комплексного использования психологических и дидактических концепций⁷¹.

Однако, говоря о необходимости комплексного и даже целостного подхода к построению процесса обучения предмету и комплексного использования при этом результатов психологических исследований, Н. В. Метельский не указывает путей решения проблемы. Одним из таких путей, по нашему мнению, является система методических принципов и в первую очередь принципов организации познавательной деятельности, вытекающая из гносеологических и психолого-педагогических положений.

Такая система, определяющая методику организации познавательной деятельности при обучении математике, построена в следующем параграфе настоящей главы.

В целом формирование приемов и способов познавательной деятельности носит межпредметный характер. В то же время содержание рассмотренных логических приемов и способов и логика их формирования, как уже отмечалось, прежде всего определяются формируемыми компонентами знания, их особенностями, которые они приобретают в научной дисциплине, в данном случае — в математике. Поэтому, независимо от того, какой объект выбирается — производст-

⁷¹ См.: Метельский Н. В. Психолого-педагогические основы дидактики математики. Минск, 1977.

венный, общетехнический, физический и т. д., — общая логическая структура мышления и познания одна и та же, лишь с той разницей, что формы, отношения, структуры отражают различные объекты, математические характеристики относятся к различным объектам познания, а в итоге и к различным сторонам действительности и производства, и, таким образом, характеризуют пространственные формы, отношения, структуры реальной действительности, но с различных сторон, на различных уровнях абстракции (обусловленных объектом изучения) и, значит, с разной степенью приближенности к ней.

С учетом гносеологических и психологических закономерностей в обобщенном виде этот процесс можно представить в виде спиралеобразного цилиндра, состоящего из двух частей Лий, изображающих соответственно внешнюю (объективную) и внутреннюю (субъективную) подсистемы, которые связаны между собой способами деятельности.

Подсистема *B* есть отражение подсистемы *A* в сознании учащегося. Каждую из этих подсистем можно изобразить отдельно как самостоятельную развивающуюся (разумеется, не без учета развития другой).

В основании каждой из этих подсистем лежит система различных видов знаний и способов деятельности, рассмотренная в предыдущем параграфе.

Обобщая результаты психологического анализа структуры познавательной деятельности, можно сформулировать выводы:

1. Общая структура — макроструктура познавательной деятельности — носит многоуровневый циклический характер.
2. основополагающими уровнями в общей структуре учебного познания являются: цикл приемов познавательной деятельности, цикл способов познавательной деятельности, цикл синтетических способов познавательной деятельности.
3. Приемы и способы цикла одного уровня являются основой и содержанием цикла более высокого уровня.
4. Каждый из трех выделенных циклов приемов и способов реализует полный цикл научного познания.
5. Связь между приемами и способами внутри цикла, т. е. микроструктура познавательной деятельности, также носит многоуровневый циклический характер.

§ 5. Принципы организации познавательной деятельности при формировании знаний

Проведенный выше методологический и психолого-педагогический анализ позволяет сформулировать ряд принципов организации познавательной деятельности учащихся в процессе обучения. Эти принципы обусловлены объективными (онтологическими) закономерностями развития знания и процесса познания, психологическими закономерностями мышления и потому имеют всеобщее значение и не зависят от конкретных условий организации процесса обучения предмету. При организации познавательной деятельности учащихся в процессе обучения они являются основополагающими.

С учетом изложенного ранее правомерно утверждать, что характер применяемых и формируемых приемов и способов познавательной деятельности определяется целями, на достижение которых ориентирована познавательная деятельность. В самом деле, если речь идет о получении эмпирического характера общеобразовательных знаний о производственной деятельности, то мы оперируем объектами познания одного уровня из области эмпирического познания. Если же речь идет о получении максимально полно синтезированного знания о производстве и производственной деятельности, то мы оперируем объектами познания более высокого уровня из области теоретического познания. Иными словами, содержательная сторона способов деятельности определяется целью познавательной деятельности.

Однако, если обратиться к предыдущему параграфу, то, как видно, получение различных видов знания требует применения различных приемов мышления. Более того, в зависимости от того, куда направлено познание: на осознание результата или процесса деятельности, — формируются ее разные приемы и способы, например получения знаний или их проверки. Все что означает, что и процессуальная сторона также определяется поставленными целями познания.

Исследуя подобные вопросы специально на разном материале, психологи теоретически и экспериментально показали, что деятельность носит целенаправленный характер.

Так, говоря о действиях процессах, А. И. Леонтьев отмечает, что они «подчиняются сознательным целям»⁷². Л. Л. Гурова, изучая вопросы решения задач, делает вывод о том, что «учащиеся приходят к осознанию своих действий только в том случае, если перед ними

⁷² Леонтьев А. И. Деятельность. Сознание. Личность. М., 1975. С. 109.

ставится требование (выделено нами. — М. Б.) рассуждать об условиях, т. е. тех данных, которыми они оперируют. Нет и не может быть, — отмечает она, — непосредственного наблюдения за ходом своей мысли. Только через соотношения с реальностью осознается ход решения задачи»⁷³. Это означает, что при организации познавательной деятельности должно быть определено направление познания, должна быть поставлена цель (преподавателем, учащимися или объектом изучения).

На основании изложенного можно высказать *принцип целеполагания, указывающий на необходимость постановки цели, определяющей направление познавательной деятельности.*

Любая, в том числе и познавательная деятельность имеет конкретное содержание. «Основной, или, как иногда говорят, конституирующей характеристикой деятельности является ее предметность»⁷⁴. Какова же предметность как характеристика познавательной деятельности?

Познание осуществляется в рамках определенных (одного или более) видов научного знания и результатом его также выступает знание, выражаемое в форме конкретной научной теории, являющейся отражением реальной действительности. Поэтому можно сказать, что содержание научной дисциплины определяет содержательную сторону познания и конкретной познавательной деятельности, а способы мышления и способы познания определяют ее структуру. Содержание определяет уровень мышления, который влияет на процесс осуществления познавательной деятельности.

Отсюда следует, что *основным, ведущим принципом организации познавательной деятельности в учебном предмете является учет первичности и определяющей роли содержания учебного предмета и его особенностей.*

В соответствии с этим принципом в процессе организации познавательной деятельности важно, чтобы преподаватель не только видел и оценивал содержание, на котором эта деятельность осуществляется, но и предусмотрел *осознание учащимися объектов деятельности* — компонентов (целостных составляющих) конкретного содержания как элементов деятельности всех видов понятий (например, на теоретическом уровне таковыми являются понятия). Это первое и необходимое

⁷³ Гурова Л. Л. Осознание школьниками своих действий при решении арифметических задач // Докл. АГН РСФСР. 1959. № 1.

⁷⁴ Там же.

условие осознания учащимися собственной познавательной деятельности.

Сказанное имеет особое значение для математики. При организации математической познавательной деятельности необходимо, соблюдая преемственность содержания, последовательно переводить деятельность с одного его уровня на другой. В соответствии с этим можно сформулировать *принцип ступенчатости при обеспечении усвоения содержания познавательной деятельности учащихся*. Этот принцип имеет и более широкую область применения. Он распространяется и на преемственность между способами разного порядка и сложности, приобретая в этом случае диалектический характер (см. ниже принцип многоуровневой цикличности).

Для осознания и овладения познавательной деятельностью мало знать ее предметное содержание — совокупность объектов, ее образующих. Надо знать входящие в него приемы, т. е. структуру каждого способа, и более того, необходимо понять и овладеть ею. Отсюда вытекает *принцип раскрытия структуры способов познавательной деятельности*.

Данный принцип дополняет и развивает сформулированные выше. В самом деле, понятие и понимание структуры включают наличие и осознание сначала объектов деятельности, а затем отношений между ними. Ступенчатость означает, что сами связи и отношения, их сущность необходимо раскрывать на разных психологических уровнях. Структура отдельных способов познавательной деятельности не зависит от характера объектов и уровня, на котором она осуществляется. Поэтому она должна иметь свои собственные формы выражения и описания (см. гл. 2).

Процесс усвоения любой деятельности, как показано психологами Л. С. Выготским, А. Н. Леонтьевым и другими, начинается с оперирования объектами сначала во внешней материализованной форме, а затем уже во внутренней. Причем «внешняя и внутренняя деятельность имеют одинаковое общее строение»⁷⁵.

Поэтому все составляющие познавательной деятельности на начальном этапе их усвоения должны носить материальный характер и выражаться в форме предметов объективной реальности, специальных знаков или какого-либо другого языка. Отсюда вытекает принцип *материализации познавательной деятельности*.

⁷⁵ Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность. С. 101.

По мере усвоения компонентов (это не есть только объекты, но и отношения между ними и структура в целом) познавательной деятельности система знаков меняется в направлении свертывания, увеличения емкости информации и постепенно снимается. Происходит процесс интериоризации познавательной деятельности.

Психологи отмечают, что «сформировавшаяся познавательная деятельность — это деятельность умственная, обобщенная, сокращенная, автоматизированная»⁷⁶. Поэтому еще одним принципом является *принцип свертывания и обобщения способов познавательной деятельности*. Степень свернутости определяется уровнем усвоения способов. Чем выше уровень усвоения, тем в более свернутой и обобщенной форме способ можно предлагать учащимся.

Анализ развития системы способов познавательной деятельности в их последовательной взаимосвязи показывает, что по мере развития они усложняются, включая в себя предшествующие. При этом более низшие включаются в более высшие в свернутом виде, а в свою очередь более высокие выступают сначала в развернутой форме, специальным образом материализованной. Иными словами, отвечают всем сформулированным выше принципам.

В каждом новом способе более высокого порядка проявляются все качества всех более низких способов. Поэтому применительно к организации системы способов организации познавательной деятельности можно сформулировать *принцип многоуровневой цикличности*, являющийся отражением диалектики развития познания и мышления.

Проведенный в § 1 методологический анализ показывает, что диалектическое развитие, особенно в условиях взаимосвязи различных видов научного знания, характеризуется взаимосвязью эмпирического и теоретического познания, индуктивного и дедуктивного, теории и практики. Поэтому при организации познавательной деятельности должен выполняться *принцип сочетания взаимно дополняющих форм познания*.

В более общем случае диалектическое развитие способов познавательной деятельности должно сочетать в себе два аспекта: локальный — интериоризацию, глобальный — изменение формы выражения способов в онтологическом плане.

Анализ структуры приемов и способов мышления и познания в условиях взаимосвязи различных видов научного знания позволяет утверждать, что в разных научных дисциплинах они имеют одну и ту

⁷⁶ Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний. С. 204.

же логическую структуру. Поэтому можно сформулировать *принцип единства логической структуры, способов познавательной деятельности независимо от учебного предмета*. Содержание учебных предметов и способы познавательной деятельности с точки зрения ученика можно сравнить с переменным и постоянным «капиталом», накапливаемым в сознании учащихся: содержание меняется, а способы переносятся из одного предмета в другой.

Вместе с тем уровень развития способов познания детерминируется конкретным содержанием, на котором они осуществляются. Из методологического анализа видно, что чем выше теоретический уровень материала, тем выше уровень развития способов познавательной деятельности. Процесс развития знания и форм познания цикличен, как в целом, так и в каждом отдельно взятом аспекте. Этот факт выражает *принцип циклической взаимосвязи содержательной и процессуальной сторон познавательной деятельности*.

Глава 2

СОСТАВ И СТРУКТУРА ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЗНАНИЙ В УСЛОВИЯХ ВЗАИМОСВЯЗИ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ И ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

§ 1. Состав и структура системы познавательной деятельности

Перечислим основные условия, которым должна удовлетворять структура модели способа познавательной деятельности, составляющая основу способов познавательной деятельности.

Способы познавательной деятельности строятся на базе приемов мышления. Поэтому одним из условий овладения ими является усвоение приемов мыслительной деятельности. Это есть первое условие, которое должно быть учтено в процессе определения состава и структуры модели познавательной деятельности, в рамках которой будут строиться конкретные способы познавательной деятельности.

Модель должна обеспечить на базе приемов мышления усвоение методов научного исследования. Поэтому модель способа должна раскрывать структуру процесса научного исследования.

Модель ориентирована на усвоение учащимися методов математики, в частности, в условиях взаимосвязи математической и профессионально-технической подготовки.

Система способов познавательной деятельности должна обеспечить реализацию совокупности перечисленных в гл. 1 принципов. Из анализа логических и психологических основ познавательного процесса (§ 3 и 4 гл. 1) следует, что способ познавательной деятельности, применяемый в обучении с целью усвоения знаний и способов деятельности, должен синтезировать в себе его логический и психологический аспекты. В связи с этим модель способа познавательной деятельности, удовлетворяющая сформулированным выше условиям, должна учитывать логическую структуру проблемного мышления. «Полный цикл умственных операций (действий) от возникновения проблемной ситуации до решения проблемы имеет несколько этапов:

возникновение проблемной ситуации;

осознание сущности затруднения и постановка проблемы;

нахождение способа решения путем догадки или выдвижения предположений и обоснование гипотезы;

доказательство гипотезы;

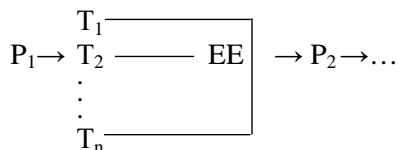
проверка правильности решения проблемы»⁷⁷.

Приведенная структура является психологической и заимствована у психологов. Чтобы построить модель способа познавательной деятельности, применимую в обучении математике, необходимо учесть особенности процесса усвоения и математического познания.

Более того, нельзя считать, что эта структура в полной мере обеспечивает развивающую функцию обучения. Одним из основных условий развивающего обучения является обеспечение развития научных знаний. Поэтому способ деятельности должен обеспечить не просто изменение, а именно развитие получаемых учащимися научных знаний.

В настоящее время в педагогических работах, когда речь идет о развивающем обучении, обычно в качестве «клеточки» учебного процесса берется познавательная задача. Однако структура способа деятельности, лежащего в основе решения задачи, не раскрывается. Доказано, что исходным пунктом познавательного процесса выступает постановка проблемы. И далее часто говорится, что процесс познания можно представить как последовательность решения проблем. При этом утверждается или по крайней мере подразумевается, что достаточно правильно организованная совокупность проблем гарантирует развитие учебно-познавательного процесса и в то же время развитие учащихся.

Вместе с тем это далеко не всегда может быть так. Примером этого может служить анализ модели развития научного знания К. Поппера, проведенный Д. П. Горским и А. Д. Никифоровым. Они отмечают: «Эта модель, как известно, выражается следующей схемой:



Здесь P_1 — первоначальная проблема; T_1, T_2, \dots, T_n — теории, выдвинутые для ее решения; EE — проверка, фальсификация и устранение выдвинутых теорий; P_2 — новая проблема, оставленная науке устраненными теориями.

⁷⁷ Махмутов М. И. Организация проблемного обучения в школе. М., 1977. С. 30–31.

Схема Поппера не выражает накопления знания. Однако в развитии знания он видит некоторый прогресс. С течением времени научные проблемы становятся все более сложными и глубокими: P_2 будет сложнее и глубже, чем P_1 »⁷⁸.

Однако, проведя логический анализ схемы с этих позиций, Д. П. Горский и А. Д. Никифоров приходят к выводу, что «схема Поппера выражает лишь изменение знания, а не какой-либо его прогресс»⁷⁹.

Таким образом, данная схема не дает ни накопления, ни развития знаний. В обучении применяются первые три этапа схемы, а в качестве четвертого предлагается этап обобщения знаний. Здесь, по-видимому, этот этап призван решить задачу накопления знаний. И он частично это делает, но уже после решения познавательной проблемы и вне связи с ней, т. е. не является этапом решения проблемы, а, значит и способа познавательной деятельности, лежащего в основе решения проблемы. А задача развития знаний здесь не рассматривается вообще, а если и решается, то постольку, поскольку реализуется процесс обобщения.

Вместе с тем при определенных условиях решение проблемы может служить средством развития научного знания. Так, Х. Партой рассматривает в этом плане исследовательскую ситуацию как форму развития науки. Предполагая, что исследовательская ситуация занимает главное место в процессе научного развития проблемы, он выдвигает следующие положения:

1. Первым существенным пунктом в процессе развития проблемы является установление предела сомнения относительно предыдущих знаний, т. е. решимость придерживаться определенных, уже известных науке положений как принципов, и формулирование новой проблемы.

2. Вторым пунктом в процессе научного развития проблемы является такое совершенствование метода, которое расценивается как достаточное для приобретения необходимых для разрешения поставленной проблемы знаний.

3. Тремя основными фазами развития взаимосвязи между проблемой и методом в исследовательской ситуации являются: начальная фаза развития метода для разработки уже сформулированной

⁷⁸ Горский Д. П., Никифоров А. Д. Логический анализ моделей развития научного знания // Методология развития научного знания / Под ред. А. А. Старченко, Д. Шульца. М., 1982. С. 36.

⁷⁹ Там же. С. 37.

проблемы; затем фаза, в которой устанавливается уровень развития метода, что соответствует второму из вышеназванных пунктов в процессе развития научной проблемы, и конечная фаза развития, в которой не разрабатываются новые методы, а посредством уже конкретного метода поставленная и полностью сформулированная проблема доводится до решения.

4. Далее можно предположить, что между фазами развития метода, с одной стороны, и возможностью пользоваться научными и техническими предпосылками для разработки проблемы — с другой, существует взаимосвязь, которая усиливается настолько, насколько прогрессирует развитие метода⁸⁰.

При этом он отмечает, что «исследовательская ситуация постольку представляет собой форму развития науки, поскольку ученые деятельны»⁸¹.

Из приведенных положений ясно, что, во-первых, процесс решения проблемы необходимо рассматривать как деятельность, во-вторых, ведущую роль в этой деятельности играет применяемый метод, в-третьих, постановка и решение проблемы должны рассматриваться в связи с имеющимися знаниями и способами деятельности и являться их развитием.

Ведущая роль метода здесь отмечена не случайно. Из приведенных положений видно, что метод является и средством получения новых знаний, и средством развития. Более того, развитием самого метода определяется прогресс научных знаний.

Отсюда вытекает, что используемый для получения конкретных знаний метод должен быть включен в качестве составляющей новых знаний и должен быть усвоен. Иными словами, в состав способа познавательной деятельности, ориентированного на развитие научного знания и процесса познания, должен входить элемент осознания получаемого знания и метода его получения. «До тех пор, пока не будет осознано, что новое знание, полученное в процессе познания, и используемые для этого методы составляют органическое единство, до тех пор остается возможность рассматривать методологические средства лишь в качестве неких временных «строительных лесов» возво-

⁸⁰ См.: *Партой Х.* Исследовательская ситуация как форма развития науки // *Методология развития научного знания* / Под ред. А. А. Старченко, Д. Шульца. С. 55–59.

⁸¹ Там же. С. 59.

димого «храма науки», а не как необходимую составную часть развивающейся системы научного знания и познания»⁸².

С позиций развития научного знания важная роль в процессе осознания знаний осуществляется в процессе рефлексии. «...Критическая оценка своих соответственных познавательных средств и оснований является, вообще говоря, неотъемлемой составной частью научного мышления с того самого момента, как оно зародилось в системе человеческой структуры»⁸³.

Таким образом, наряду с методологичностью важной особенностью организации познавательной деятельности является еще рефлексивность. Именно методологичность и рефлексивность обуславливают «...качественное отличие современного знания от системы классической науки как по характеру, так и по типу динамики его развития»⁸⁴.

На вопросы осознания и осмысления, т. е. на психологическую сторону формируемых математических знаний, обращает, хотя и в неявном виде, внимание Д. Пойа.

Характеризуя познавательную деятельность в области математики, известный педагог-математик Д. Пойа выдвинул принцип последовательных фаз.

«Первая фаза исследования — наиболее близка к действию и восприятию и разворачивается прежде всего на интуитивном или эвристическом уровне.

Вторая — фаза формализации, — связанная с созданием терминологии, определений и доказательств, подымается до более высокого уровня — уровня понятий.

Третья фаза усвоения — проходит последней; она отвечает попытке постичь «внутреннюю суть» проблемы, на этой фазе *изучаемый материал должен быть усвоен учащимися, должен войти в систему знаний, расширить его умственный кругозор; эта фаза прокладывает дорогу к приложениям, с одной стороны, и к обобщениям на более высоком уровне — с другой* (выделено нами. — М. Б.).

...Для эффективности процесса изучения фаза исследования должна предвдвять фазу словесного оформления и образования понятий, и заключение же изучаемый материал должен вливаться в общий запас

⁸² Раджабов У. А. Динамика естественнонаучного знания. М., 1982. С. 150.

⁸³ Там же. С. 151.

⁸⁴ Там же. С. 152.

знаний учащихся, способствуя повышению интеллектуального уровня»⁸⁵.

Итак, наряду с решением проблемы, предусматриваемым первой и второй фазами, важную роль играет понимание внутренней сути решения проблемы, вместе с которым должно проходить усвоение (включая запоминание) и дальнейшее развитие знаний. Суммируя все это, можно полагать, что учебная модель наряду с указанием на решение проблемы должна включать этап *осмысления* процесса и полученных результатов решения.

Учитывая эти соображения, модель способа познавательной деятельности в условиях проблемно-развивающего обучения можно представить в таком виде:

1. Постановка проблемы.
2. Поиск путей решения проблемы.
3. Решение проблемы.
4. Осмысление и осознание полученных результатов и способов деятельности.
5. Вывод: характеристика результатов и способов деятельности.

Построенный таким образом способ познавательной деятельности на втором этапе предусматривает отыскание и развитие метода получения нового знания, а на четвертом этапе — его осмысление как нового знания наряду с имевшимися ранее знаниями. Л вопросы преемственности прироста формирующих научных знаний и методов познания учитываются в первом и пятом этапах структуры предлагаемого способа.

Приведенная модель способа является обобщенной. В ней совершенно неоднозначно трактуются такие пункты, как «поиск путей решения проблемы» и «осмысление полученных результатов и способов деятельности». Поэтому приведенное описание нужно рассматривать прежде всего как структуру модели способа. По мере конкретизации пунктов этой структуры будут получаться типы и виды моделей.

Не останавливаясь пока на типах и видах моделей, отметим, что даже в самом общем виде приведенная модель представляет практическую ценность для организации познавательной деятельности учащихся. Практическая ценность ее состоит в том, что, во-первых, она достаточно универсальна в смысле применения к решению самых различных математических учебных проблем, связанных с получением но-

⁸⁵ *Пойи Д.* Математическое открытие. М., 1970. С. 290–292.

вых знаний, в частности формирования понятий, доказательства теорем и т. д., где она может служить в качестве основы при планировании урока учителем, а для сильных учащихся и в качестве ориентировочной основы познавательной деятельности; во-вторых, отражая логику научного исследования и познавательной деятельности, она согласуется со структурой решения любой, даже самой простой математической задачи вообще и прикладного характера в частности, поэтому может быть использована для переноса знаний (в данном случае методов решения задач) и выработки умений и навыков. Приведем пример.

1. **Задача.** Площадь жестяной пластины, имеющей форму квадрата, равна 16 см^2 . Найти длину стороны пластины.

2. Обращаемся к известному способу решения задач «уравнением». Составляем уравнение: $x^2=16$.

3. Находим: $x=+4$, $x=-4$.

4. Число $+4$ является решением задачи; число -4 не является решением, поскольку длина не может выражаться отрицательными числами.

5. Ответ. Длина стороны равна 4 см.

Приведенный пример показывает, что уже при решении простейших задач имеются реальные возможности формирования у учащихся самых общих приемов и способов познавательной деятельности.

В гл. 1 были рассмотрены эмпирический и теоретический уровни познания, их роль и функции на разных ступенях познавательной деятельности. Полный цикл познания включает в себя четыре звена. Первое звено обеспечивает переход от существующей действительности к теории, второе звено — построение научной теории в рамках конкретной науки, на уровне фундаментальной науки (в нашем случае математики), третье звено включает использование фундаментальных, в частности математических, знаний в других науках более низкого уровня общности и абстракции, четвертое звено — применение теоретических знаний в практической, преобразующей на основе теорий деятельности.

Каждому звену учебного познания соответствует своя, специфическая по характеру познания познавательная модель, укладывающаяся в рамки общей модели. Можно выделить четыре типа способов:

способы эмпирического познания;

способы математического познания;

способы теоретического (межпредметного) познания;

способы деятельностно-преобразующие.

Образуя целостный цикл познания, эти модели могут интегрироваться в одну модель — модель «синтетического» познания.

В основе этих моделей лежат модели правильного мышления, которые суть приемы умственной деятельности и являются отражением их структуры. В то же время и их целесообразно рассматривать в рамках структуры общей модели способа познавательной деятельности. Свою собственную специфику имеют остальные модели.

Модель способов эмпирического познания

1. Постановка познавательной проблемы математического характера.
2. Эмпирическая интерпретация проблемы.
3. Решение проблемы на эмпирическом уровне.
4. Математическое осмысление решения (модель, термин, обозначение, высказывание, определение и т. д.).
5. Разрешение познавательной математической проблемы.

Модель способов математического познания.

1. Постановка математической проблемы.
2. Обращение к математическому познанию.
3. Решение проблемы средствами математики.
4. Математическое (логическое) осмысление решения.
5. Разрешение математической проблемы.

Модель способов межпредметного теоретического познания

1. Постановка естественнонаучной или профессионально-технической проблемы.
2. Обращение к теоретическому (математическому) знанию — теоретической (математической) модели.
3. Разрешение проблемы на теоретическом (математическом) уровне.
4. Естественнонаучное или профессионально-техническое осмысление решения.
5. Разрешение естественнонаучной или профессионально-технической проблемы.

В более конкретизированном виде эта модель выглядит так:

1. Постановка прикладной проблемы.
2. Выбор математической модели.
3. Решение проблемы в рамках математической проблемы.

4. Естественнонаучное, техническое или технологическое доказательство.

5. Разрешение прикладной проблемы.

Модель деятельностно-преобразующих способов

1. Постановка практической (производственной) проблемы.

2. Интерпретация теоретических знаний.

3. Решение практической проблемы (производственной проблемы на уровне проекта) па основе интерпретированных теоретических знаний.

4. Практическое (производственное) осмысление проблемы (определение состава, структуры и условий деятельности).

5. План деятельности по решению практической (производственной) проблемы.

Последние две модели предполагают наличие готовых знаний: в первом случае математического, а во втором — синтезированного теоретического. Однако, будучи движущей силой научного познания, практика часто ставит такие проблемы, которые требуют «производства» новых математических или других знаний или межнаучного (межпредметного) синтеза знаний. Тогда мы имеем дело с моделью, включающей элементы различных, а в наиболее полном ее варианте — всех видов познания. Ее можно представить таким образом:

1. Постановка практической (производственной) проблемы.

2. Построение теоретической (математической) модели.

3. Решение проблемы в рамках теоретической (математической) модели.

4. Практическое (производственное) осмысление решения проблемы.

5. Вывод (план) относительно решения практической (производственной) проблемы.

В каждом из типов моделей в зависимости от конкретного содержания — приемов, ее образующих (второй и третий элементы модели), можно выделить несколько видов моделей. Например, такими моделями будут модели анализа, сравнения и т. д. Иными словами, каждому из перечисленных выше (§ 2 гл. 1) можно противопоставить не одну, а целый класс моделей.

Кроме того, в каждом из классов моделей, исходя из сформулированных выше принципов, можно рассмотреть элемент осмысления и выделить уровни осмысления.

В соответствии со вторым принципом первый и самый важный вопрос, который должен быть решен в процессе осмысления, — это вопрос о познании — понимании внутреннего содержания, которое выявлено на данный момент у изучаемого объекта. Внутреннее содержание познаваемого объекта выражался через совокупность его компонентов или через совокупность существенных признаков.

Поэтому на первом уровне осмысления необходимо отделить, выявить, *представить в явном виде в качестве самостоятельного результата совокупность существенных признаков — компонентов конструируемой модели научного знания*, а в случае конструирования способа — состава способа.

Особенностью современной математики является то, что математика стала изучать не только пространственные формы и количественные отношения в простейшей форме, но и их всевозможные обобщения, рассматривая возможные математические структуры⁸⁶. Поэтому для понимания сущности изучаемого объекта необходимо, чтобы учащийся разобрался в структуре компонентов математического знания. Так, если речь идет о понятии, то важно выяснить объем понятия; если речь идет о математическом методе, то необходимо выяснить структуру метода; если речь идет об определении, то требуется выяснить структуру определения и т. д. Все это, как легко увидеть, вытекает из принципа раскрытия структуры способов познавательной деятельности, а также из принципа, требующего осознания структуры деятельности.

Таким образом, на втором уровне осмысления необходимо изучить *структуру изучаемого объекта (способа познавательной деятельности)*.

Выделенные два уровня характеризуют содержательную сторону познания, его содержательный аспект. Выясняя состав и структуру приемов мышления, мы постепенно осознаем их назначение и возможности в процессе обоснования знаний. Рассматривая деятельность в соответствии с принципом многоуровневой цикличности, необходимо отметить, что не менее важной является и процессуальная сторона познания как целостная структура, реализующая развивающую цель обучения. Поэтому на третьем уровне осмысления выясняются *приемы мышления и способы рассуждений — доказательств*,

⁸⁶ См.: Гнеденко Б. В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. М., 1982.

способы научного исследования, методы научного познания — сначала на уровне их существенных признаков, а затем и структуры, т. е. теми же способами, что были применены к результату. При этом характер осмысления определяется видом получаемого знания. Если это знание носит политехнический, профполитехнический, профессиональный или производственный характер, то для его осмысления применяют приемы и способы, используемые соответственно в естественных, технических, специальных предметах или в конкретном производстве.

§ 2. Система приемов познавательной деятельности

Правильное применение приемов мышления предполагает не только использование их в качестве средства получения нового знания (шаг 2 и шаг 3 общей модели способа познавательной деятельности), но и осмысление полученных результатов (шаг 4 общей модели способа познавательной деятельности). Поэтому структура приемов познавательной деятельности должна соответствовать общей модели способов познавательной деятельности.

В качестве объекта изучения при описании приемов взяты способы производственной деятельности. В то же время вместо них могут быть взяты любые другие объекты изучения.

Из § 3 гл. 1 видно, что приемы формируются преимущественно в предметах профтехцикла и естественнонаучных. В математику они «переносятся» в готовом виде. Здесь должны формироваться такие приемы, как абстрагирование, формализация и различные приемы проверки истинности знаний.

А. Приемы формирования знаний

Анализ

1. Постановка проблемы изучения состава объекта деятельности.
2. Воспроизведение объекта деятельности.
3. Выявление элементов объекта деятельности.
4. Изучение состава выделенных объектов деятельности.
5. Описание состава объекта деятельности.

Пример приема анализа:

1. Постановка проблемы изучения состава геометрической фигуры.
2. Изображение геометрических фигур.
3. Выявление элементов, образующих фигуру.
4. Перечисление выявленных элементов.

5. Описание состава фигуры.

Синтез

1. Постановка проблемы изучения структуры объекта деятельности.

2. Анализ объекта деятельности.

3. Объединение элементов объекта деятельности в соответствии с его строением.

4. Изучение связей между элементами объекта деятельности, его структуры.

5. Описание структуры объекта деятельности.

Пример приема синтеза:

1. Постановка проблемы изучения строения геометрической фигуры.

2. Анализ геометрической фигуры.

3. Составление геометрической фигуры из элементов.

4. Изучение связей между элементами фигуры.

5. Описание строения фигуры.

Сравнение

1. Постановка проблемы нахождения общих и отличительных характеристик объектов деятельности.

2. Анализ и синтез объектов деятельности.

3. Выявление общих и отличительных характеристик объектов деятельности.

4. Изучение состава и структуры выделенных характеристик объектов деятельности.

5. Описание общих и отличительных характеристик объектов деятельности.

Пример приема сравнения:

1. Постановка проблемы нахождения общих и отличительных характеристик графиков функций $y=\sin x$ и $y=\sin x+3$.

2. Выяснение того, что график первой функции — синусоида, проходящая через начало координат. График второй функции — синусоида, проходящая через точку $(0; 3)$.

3. Установление того, что формы графиков одинаковы, но второй располагается выше на 3 единицы, чем первый.

4. Уяснение того, что оба графика изменяются при одинаковых значениях « x » одинаково, но каждая ордината второго располагается на 3 единицы выше ординаты первого графика.

5. Вывод о том, что графиком той и другой функции является синусоида, но у второго она располагается на три единицы выше.

Обобщение I

1. Постановка проблемы выявления общих характеристик объектов деятельности.

2. Анализ, синтез, сравнение объектов деятельности.

3. Выявление общих характеристик объектов деятельности.

4. Изучение состава и структуры выделенных характеристик.

5. Описание общих характеристик объектов деятельности.

Пример приема обобщения:

1. Выяснение общих (характеристик) свойств ряда чисел 3, 6, 9, 12, 15, 17,

2. Расчленение ряда, создание и сравнение пар чисел по их величине с учетом порядка их следования.

3. В каждой паре разность между последующим и предыдущим одна и та же, т. е. разность общая.

4. Число, характеризующее разность между соседними числами, является общим свойством ряда.

5. Общим свойством ряда чисел можно считать разность между парами соседних чисел.

Классификация

1. Постановка проблемы классификации характеристик объектов деятельности по данному основанию.

2. Сравнение характеристик объектов деятельности.

3. Распределение характеристик по группам.

4. Изучение состава и структуры полученных классов.

5. Описание полученных классов.

Пример приема классификации:

1. Постановка проблемы классификации многогранников по форме образующих их граней.

2. Сравнение многогранников по данному основанию — правильности многоугольников.

3. Разбиение на правильные и неправильные многогранники.

4. Изучение классов многогранников.

5. Характеристика классов многогранников.

Абстрагирование I

1. Постановка проблемы выделения существенных характеристик объектов деятельности.

2. Анализ, синтез, сравнение, классификация (по данному основанию) характеристик объектов деятельности.

3. Выделение, абстрагирование класса существенных (с точки зрения данного основания) характеристик объектов деятельности.

4. Изучение состава и структуры выделенных характеристик.

5. Описание выделенных существенных характеристик объектов.

Пример приема абстрагирования:

1. Постановка проблемы выделения характеристического свойства математического понятия направления.

2. Анализ, синтез, сравнение, классификация способов изображения направления с помощью лучей.

3. Выяснение существенной характеристики класса лучей, изображающих одно направление, — сонаправленности.

4. Установление того, что сонаправленность означает наличие у этого класса лучей свойств рефлексивности, симметричности, транзитивности.

5. Вывод о том, что характеристическим свойством понятия направления является сонаправленность лучей.

Обобщение II

1. Постановка проблемы обобщения существенных характеристик объектов деятельности.

2. Анализ, синтез, сравнение, абстрагирование существенных характеристик объектов деятельности.

3. Обобщение абстрагированных характеристик объектов деятельности.

4. Изучение состава и структуры полученной совокупности характеристик.

5. Описание совокупности существенных характеристик объектов деятельности.

В математике этот прием применяется вместе с приемом моделирования.

Моделирование

1. Постановка проблемы построения модели объекта деятельности на основе результатов мыслительной деятельности.

2. Воспроизведение результатов мыслительной деятельности.

3. Конструирование (подбор) модели, соответствующей мысленному описанию объекта деятельности.

4. Изучение правильности модели посредством сравнения с описанием.

5. Характеристика модели как отражения результатов мышления.

Данный прием повторяется. В математике он часто выступает как прием формализации.

Пример приема моделирования:

1. Запись на математическом языке (построить математическую модель) характеристического свойства возрастающей последовательности.

2. Рассмотрение возрастающей последовательности x_1, x_2, x_3, \dots и сравнение ее с соседними членами.

3. Установление, что в ней каждый следующий член больше предыдущего, значит: разность последующего и предыдущего членов каждой пары положительна. Обозначив последующий член через x_n , а предшествующий через x_k , можно записать неравенство: $x_n - x_k > 0$, где $n > k$.

4. Уяснение того, что, учитывая определение правила сравнения двух чисел, можно считать, что построенное неравенство правильно отражает характеристическое свойство возрастающей последовательности.

5. Характеристическое свойство возрастающей последовательности на языке математики можно записать в форме $x_n - x_k > 0$, где $n > k$.

Определение через абстракцию

1. Постановка проблемы построения определения данного понятия через абстракцию.

2. Анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение, моделирование существенных характеристик объекта деятельности.

3. Математическое описание модели как совокупности абстрагированных характеристик.

4. Изучение состава и структуры построенного определения.

5. Стандартная формулировка определения. Пример построения определения через абстракцию:

1. Постановка проблемы построения определения вектора.

2. Построение изображения физической величины — силы.

3. Описание построенного изображения как отрезка, характеризующегося направлением и длиной.

4. Выяснение характеристик вектора: он имеет начало, конец, направление, длину.

5. Вывод о том, что вектором называется направленный отрезок.

Подведение под понятие

1. Постановка проблемы подведения объекта под данное понятие.
2. Анализ, синтез, сравнение существенных свойств объекта и понятия.
3. Выделение общих существенных свойств.
4. Изучение соотношения между объектом и понятием.
5. Вывод о принадлежности объекта понятию.

Пример подведения под понятие:

1. Установление того, что $f(x)$ есть возрастающая функция.
2. Выделение свойств, характеризующих понятие функции и ее возрастание.
3. Проверка выполнения для $f(x)$ каждого свойства.
4. Установление факта выполнимости всех характеристических свойств или фактов невыполнимости каких-либо.
5. Вывод о принадлежности $f(x)$ классу возрастающих функций.

Определение через ближайший род и видовое отличие

1. Постановка проблемы построения определения понятия через ближайший род и видовое отличие.
2. Подведение под родовое понятие.
3. Выделение видовых отличий.
4. Изучение состава и структуры совокупности признаков, описывающих данное понятие.
5. Стандартное определение понятия.

Пример построения определения через ближайший род и видовое отличие:

1. Постановка проблемы построения определения правильного многоугольника.
2. Выяснение того, что правильный многоугольник является выпуклым.
3. Выделение отличительных признаков: все стороны равны и все углы равны.
4. Выяснение того, что правильный многоугольник есть выпуклый МНОГОУГОЛЬНИК с дополнительными свойствами: равенство сторон и равенство углов.
5. Вывод о том, что ВЫПУКЛЫЙ многоугольник называется правильным, если у него все стороны равны и все углы равны.

Абстрагирование II

1. Постановка проблемы выделения частных (естественнонаучных, технических, технологических) характеристик объекта деятельности.

2. Анализ, синтез, сравнение (но данному основанию, задаваемому математическим описанием объекта) характеристик объектов деятельности.

3. Выделение требуемых характеристик с точки зрения данного основания объекта деятельности.

4. Изучение состава и структуры выделенных характеристик.

5. Описание выделенных частных (естественнонаучных, технических, технологических) характеристик объекта деятельности.

Обобщение III

1. Постановка проблемы построения конкретного (естественнонаучного, технического, технологического, производственного) описания объекта деятельности на основе (на уровне) данного математического.

2. Анализ, синтез, сравнение, абстрагирование частных характеристик объекта деятельности.

3. Обобщение математических и выделенных частных характеристик объекта деятельности.

4. Изучение состава и структуры полученной совокупности математических и выделенных характеристик объекта деятельности.

5. Конкретное (естественнонаучное, техническое, технологическое, производственное) описание объекта деятельности.

Совершенствование эмпирической модели

1. Постановка проблемы совершенствования модели объекта деятельности на основе результатов теоретического познания.

2. Воспроизведение результатов теоретического познания.

3. Изменение эмпирической модели в соответствии с новыми теоретическими характеристиками.

4. Изучение правильности внесенных изменений в модель посредством сравнения их с новыми теоретическими характеристиками.

5. Построение на основе теоретической модели объекта деятельности способа практической деятельности.

Приемы абстрагирование II, обобщение III и совершенствование эмпирической модели применяются для получения знаний о естественнонаучных, технических, технологических и производственных объектах на основе математических.

Обобщение IV

1. Постановка проблемы прогнозирования производственных (на уровне математики, естествознания, техники, технологии, производства) характеристик деятельности.

2. Анализ, синтез, сравнение, классификация синтезированных теоретических знаний.

3. Предсказание (на уровне естествознания, техники, технологии, производства) характеристик деятельности.

4. Изучение состава и структуры выделенных конкретных характеристик.

5. Производственная (на уровне естествознания, техники, технологии, производства) характеристика деятельности.

При теоретическом познании повторяется структура моделирования, используемая при эмпирическом познании. Формы моделей также повторяются, только в обратном порядке: модель химической (физической) закономерности (например, формулы), техническая модель (график), технологическая (план), производственная (содержание деятельности).

Характер моделей определяется характером научного знания учебного предмета, в рамках которого они строятся. В математике они будут носить характер математических знаний, в физике — физических, технике — технических, технологии — технологических знаний, а в производстве — производственных теоретических или материальных моделей.

Б. Приемы проверки истинных знаний

Прием фактической проверки

1. Постановка проблемы фактической проверки истинности знаний.

2. Сравнение знаний с известными фактами.

3. Вывод относительно истинности новых знаний.

4. Изучение состава, структуры и проверка правильности вывода посредством отыскания нового совпадения знаний с известными фактами.

5. Окончательный вывод относительно истинности знаний.

Пример фактической проверки:

1. Проверка правильности построения графика функции $y=3x^2$.

2. Уяснение того, что график данной функции, как и любой квадратичной функции вида $y=ax^2$, — парабола, проходящая через начало координат.

3. Вывод: на основании найденных совпадений можно считать, что график построен верно.

4. Осмысление того, что в качестве проверки правильности построенного графика выбрано наличие у него двух свойств. Поскольку эти свойства являются характеристическими для данного графика, то можно считать, что вывод о правильности графика верный.

5. Вывод: график функции $y=3x^2$ построен верно.

Прием проверки существованием

1. Постановка проблемы проверки истинности знаний существованием.

2. Изучение способа построения нового знания.

3. Вывод об истинности новых знаний.

4. Изучение состава, структуры и проверка правильности вывода посредством повторного применения способа к получению новых знаний.

5. Окончательный вывод относительно истинности знаний.

Примером может служить определение наличия решений систем уровней графическим способом.

Прием проверки аналогией

1. Постановка проблемы проверки истинности знаний посредством аналогии.

2. Сравнение новых знаний с аналогичными известными.

3. Вывод относительно истинности новых знаний.

4. Изучение состава, структуры и проверка правильности вывода посредством отыскания новых аналогий знаний.

5. Окончательный вывод относительно истинности знаний.

Пример проверки аналогией:

1. Проверка правильности предположения о том, что график функции $y=x^3 + 3$ может быть получен параллельным переносом из графика функции $y=x^3$ на 3 единицы.

2. Сравнение данного предположения с известным преобразованием графика функции $y=x$ в график $y=x + 3$.

3. Вывод: поскольку в обоих случаях при переходе от одного графика к другому ордината возрастает на одну и ту же величину 3, то высказанное нами предположение верно.

4. Уяснение того, что сходство аналитических выражений дает основание предполагать, что сходными являются и способы преобразования их графиков, предположение подтверждается и известным преобразованием функции $y=x^3$ в график функции $y=x^3 + 3$.

5. Вывод: высказанное предположение можно считать верным.

Прием проверки индукцией

1. Постановка проблемы проверки истинности знаний посредством индукции.

2. Сравнение новых знаний с известными частными знаниями.

3. Вывод относительно истинности новых знаний.

4. Изучение состава, структуры и проверка правильности вывода посредством подтверждения знаний новыми частными знаниями.

5. Окончательный вывод относительно истинности знаний.

Пример проверки индукцией:

1. Доказательство (методом математической индукции) истинности знаний.

2. Индуктивное предположение.

3. Индуктивное умозаключение.

4. Изучение структуры умозаключения.

Проверка правильности вывода посредством его повтора.

5. Вывод об истинности знаний.

Прием проверки дедукцией

1. Постановка проблемы проверки истинности знаний посредством дедукции.

2. Сравнение новых знаний с известными общими.

3. Вывод относительно истинности новых знаний.

4. Изучение состава и структуры вывода.

5. Окончательный вывод относительно истинности знаний.

Пример проверки дедукцией:

1. Доказательство истинности знаний (частных) — малая посылка.

2. Большая посылка.

3. Заключение силлогизма.

4. Изучение структуры умозаключения.

Проверка правильности вывода посредством его повтора.

5. Вывод относительно истинности знаний.

Наиболее оптимальный вариант формирования приемов познавательной деятельности предполагает рассредоточение по разным учебным предметам. В то же время каждый из них может формироваться и на материале математического характера в пределах математики. При этом приемы, обозначающие переходы, соответствующие горизонтальным составляющим, формируются в рамках материала одного уровня абстракции и соответственно одного уровня

моделей. А приемы, обозначающие вертикальные составляющие, формируются в процессе перехода от одного уровня учебного материала к другому, при переходе от одного вида моделей к другому.

Так, анализ и синтез наиболее целесообразно формировать при построении материальных моделей геометрических фигур и решении арифметических задач; сравнение и обобщение I — при построении изображений геометрических фигур и построении графиков; классификацию, абстрагирование, обобщение II — при изучении элементов аналитической геометрии и выводе эмпирических формул; обобщение II — при построении абстрактных математических моделей абстрактных математических объектов. Приемы собственно математического характера при построении определений формируются в пределах собственно математического содержания при переходе от одного его уровня к другому, прием содержательного обобщения — при переходе от математики к дисциплинам профтехцикла.

Аналогично распределяются и приемы проверки истинности знаний. Отличие заключается в том, что один и тот же прием может применяться как в рамках одной модели, так и может быть связан с переходом от одной модели к другой.

Приемы познавательной деятельности, построенные на одном приеме умственной деятельности, в обучении математике применяются преимущественно в младших классах. Для получения новых знаний в профтехучилище применяются, как правило, совокупности приемов. И в этом случае говорят о методах, например, конкретизации, аналогии и т. д. Структура способа познавательной деятельности здесь та же: на первом этапе ставится проблема нахождения метода решения задачи, на втором — выявляется общий или аналогичный метод, на третьем — на основе найденного строится требуемый метод, на четвертом — изучается структура найденного метода, на пятом — делается вывод о найденном методе.

В обучении в явном виде фиксируется и записывается третий этап. Вот подобные примеры.

Пример метода конкретизации.

Уравнение касательной к графику функции $f(x)$ в точке x_0

$$f(x) = x^2, \quad x_0 = -1$$

1. Вычислить значение $f(x_0)$ функции $f(x)$ в точке x_0 .

2. Найти производную функции $f'(x)$.

3. Вычислить значение $f'(x_0)$ производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .

4. Подставить значение x_0 и найденные значения $f(x_0)$ и $f'(x_0)$ в формулу $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

5. Привести уравнение к стандартному виду: $y = kx + b$.

$$1. f(-1) = (-1)^2 = 1.$$

$$2. f'(x) = (x^2)' = 2x.$$

$$3. f'(x_0) = 2(-1) = -2.$$

$$4. y = 1 - 2(x + 1).$$

$$5. y = 1 - 2x - 2, \\ y = -2x - 1.$$

Примером применения метода обобщения может служить вывод формулы нахождения производной на основе вывода формулы мгновенной скорости.

Пример метода дедукции.

Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 4x^2 + 1) = -7$.

Доказательство:

(1) Поскольку

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x) + \varphi(x)) = \\ = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) + \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x),$$

(2) Поскольку

$$a) \lim_{x \rightarrow a} f^3(x) = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))^3$$

$$б) \lim_{x \rightarrow a} cf(x)f(x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$в) \lim_{x \rightarrow a} c = c$$

(3) Поскольку $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ равен значению функции в точке a , т.е. $f(a)$,

$$(4) \text{ Поскольку } \lim_{x \rightarrow a} f(x) + g(x) + \varphi(x) = f(a) + g(a) + \varphi(a),$$

то, подставляя в левую и правую части формулы (1), получим:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 4x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow 2} x^3 + \lim_{x \rightarrow 2} (-4x^2) + \lim_{x \rightarrow 2} 1.$$

то, подставляя в левую и правую части формулы (2), получим:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} x^3 = (\lim_{x \rightarrow 2} x)^3$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 2} (-4x^2) = -4(\lim_{x \rightarrow 2} x) \lim_{x \rightarrow 2} x.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} 1 = 1.$$

то (3)

$$a) (\lim_{x \rightarrow 2} x)^3 = 2^3$$

$$\text{то (4) } \lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 4x^2 + 1) = 2^3 - 16 + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 4x^2 + 1) = 7.$$

§ 3. Система способов познавательной деятельности

Целостное математическое знание, формируемое в ПТУ, должно включать математические знания о производственных, технологиче-

ских, технических и естественнонаучных объектах, представленные в виде математических моделей. Способы построения этих моделей являются конкретизацией общих способов познавательной деятельности (см. § 1 данной главы).

А. Способы построения эмпирических моделей математического характера профессионально-технических знаний

Способ построения эмпирической модели математического характера знаний производственных

1. Постановка проблемы формирования эмпирической модели математического характера производственных знаний (характеристик) .

2. Обращение к производству с целью отбора необходимых характеристик способов производственной деятельности (анализ).

3. Формирование и моделирование математических знаний на основе изучения отобранных характеристик производственной деятельности (сравнение, классификация, абстрагирование, моделирование).

4. Математическая интерпретация и обоснование существованием полученной модели знаний.

5. Эмпирическая модель математического характера производственных знаний (характеристик).

Примерами эмпирических моделей производственных знаний математического характера являются математические модели, характеризующие величину и форму изделий и способов деятельности. Такие модели, учащиеся строят при выполнении практических работ по допускам и техническим измерениям. Способ при построении их имеет вид:

1. Постановка проблемы измерения величины изделия.

2. Выбор инструмента и приемов измерения.

3. Измерение требуемой величины.

4. Проверка правильности и точности измерения.

5. Найденная величина изделия.

Способ построения эмпирической модели математического характера технологических знаний

1. Постановка проблемы формирования эмпирической модели математического характера технологических знаний.

2. Обращение к технологическим знаниям с целью отбора необходимых характеристик технологических процессов (анализ, синтез).

3. Формирование и моделирование математических знаний на основе изучения отобранных характеристик технологических процессов (сравнение, классификация, моделирование).

4. Математическая интерпретация, обоснование существованием и фактическое обоснование полученной модели знаний.

5. Эмпирическая модель математического характера технологических знаний.

Пример построения эмпирической модели математического характера технологических знаний:

1. Постановка проблемы построения модели математического характера о термической обработке сверла.

2. Выделение отдельных операций в процессе изготовления изделия: нагрев, охлаждение частичное, охлаждение окончательное.

3. Введение обозначений операций, соответственно Н, О', О". Тогда структура процесса примет вид Н — О' — О".

4. Интерпретация: процесс состоит из трех последовательно расположенных операций. Обоснование: такая последовательность в математике существует.

5. Процесс схематически можно представить таким образом:
Н — О' — О".

Способ построения эмпирической модели математического характера технических знаний

1. Постановка проблемы формирования эмпирической модели математического характера технических знаний.

2. Обращение к техническим знаниям с целью отбора необходимых характеристик технических объектов (анализ, синтез, сравнение, обобщение I).

3. Формирование и моделирование математических знаний на основе изучения отобранных характеристик технических объектов (классификация, абстрагирование, моделирование).

4. Математическая интерпретация и обоснование существованием, фактическое, аналогией полученной модели знаний.

5. Эмпирическая модель математического характера технических знаний.

Пример построения эмпирической модели технических знаний математического характера:

1. Постановка проблемы построения графика, характеризующего технику охлаждения и кристаллизации металла.

2. Изучение температурных характеристик процесса охлаждения с течением времени.

3. Схематическое построение графика (рис. 4).

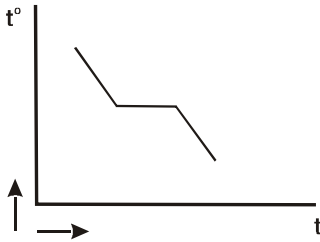


Рис. 4.

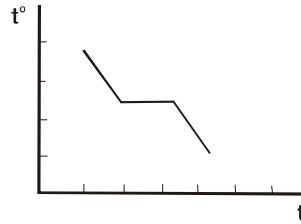


Рис. 5.

4. Выяснение того, что с течением времени температура убывает по линейному закону. В момент кристаллизации она постоянна. Аналогичные графики получаются при моделировании в физике процесса замерзания воды.

5. Вывод о том, что график кристаллизации металла имеет вид (рис. 5).

Способ построения эмпирической модели математического характера естественнонаучных знаний

1. Постановка проблемы формирования эмпирической модели математического характера естественнонаучных знаний.

2. Обращение к естественнонаучным знаниям с целью отбора необходимых характеристик естественнонаучных объектов (анализ, синтез, сравнение, обобщение I, классификация, абстрагирование).

3. Формирование и моделирование математических знаний на основе отобранных характеристик естественнонаучных объектов (классификация, абстрагирование, моделирование).

4. Математическая интерпретация и обоснование существованием, фактическое, аналогией, индукцией полученной модели знаний.

5. Эмпирическая модель математического характера естественнонаучных знаний.

Примерами подобных моделей могут служить физические формулы.

Эмпирическими моделями математического характера являются формулировки математических задач, полученных в результате мате-

математического описания производственной, технологической, технической, естественнонаучной ситуаций. Например, сюда относятся формулировки задач оп нахождения оптимальных вариантов в производственных, технологических, технических, естественнонаучных условиях с использованием производной. Эмпирическими моделями являются геометрические модели измерительных инструментов, используемых в производственной практике и в других учебных предметах.

Эмпирическими моделями являются модели геометрических фигур, полученные на основе наглядных представлений объектов естественных, профессионально-технических дисциплин и производственной деятельности. Эмпирическими могут быть самые разные математические формулы (например, объемов тел) и аналитические выражения, полученные экспериментальным путем посредством измерений. Эти модели относятся к наивысшему — математическому — уровню знаний, являются математическими моделями и строятся с опорой на модели более низких уровней.

Эмпирические формулы получаются и используются в естественных науках. Опираясь на них посредством выявления общего в них закона, строится математическая формула. Например, на основе формул $m = pV$, $s = vt$ может быть получена формула $y = kx$.

Математическая модель эмпирических знаний

1. Постановка проблемы построения математической (теоретической) модели на основе эмпирических моделей математического характера.

2. Обращение к эмпирическим моделям математических знаний (анализ, синтез, обобщение I, обобщение II).

3. Конструирование математической модели на основе эмпирических моделей математического характера.

4. Объяснение и обоснование существованием, фактическое, аналогией, индукцией, дедукцией построенной модели.

5. Описание математической модели эмпирических знаний.

Примерами математических моделей эмпирических знаний являются различные математические формулы, полученные эмпирическим путем. Приведем пример способа построения такой модели:

1. Постановка проблемы вывода расчетной формулы (например, вычисления объема геометрической фигуры).

2. Получение числовых данных посредством измерений.

3. Построение формулы на основе числовых данных.

4. Проверка найденной формулы посредством подтверждения новыми числовыми данными.
5. Стандартный вид формулы.

Б. Способы построения математических моделей эмпирических знаний

Формирование, моделирование и описание понятий математических объектов

1. Постановка проблемы формирования понятия о математическом объекте.
2. Обращение к известным (частным, аналогичным, общим) математическим понятиям с целью отбора необходимых характеристик математических объектов.
3. Формирование и моделирование (термин, обозначение) математического понятия объекта на основе изучения отобранных характеристик математических объектов (индукция, аналогия, дедукция).
4. Математическое описание (определение понятия) математического объекта и обоснование существованием, аналогией, индуктивное, дедуктивное.

5. Стандартное математическое описание понятия (термин, обозначение, определение) математического объекта.

Формирование, моделирование и описание понятий математических операций

1. Постановка проблемы формирования понятия математической операции.
2. Обращение к известным (частным, аналогичным, общим) математическим понятиям с целью отбора необходимых характеристик математических объектов и операций.
3. Формирование и моделирование (термин, обозначение) математического понятия операции на основе изучения отобранных характеристик математических объектов и операций (индукция, аналогия, дедукция).
4. Математическое описание (определение) понятия математической операции и обоснование существованием, аналогией, индуктивное, дедуктивное.

5. Стандартное математическое описание понятия (термин, обозначение, определение) математической операции.

Формирование, моделирование и описание понятий логических операций

1. Постановка проблемы формирования понятия о логической операции.

2. Обращение к известным (частным, аналогичным, общим) математическим понятиям с целью отбора необходимых характеристик математических объектов, математических и логических операций.

3. Формирование и моделирование (термин, обозначение) логического понятия операции на основе изучения отобранных характеристик математических объектов и операций (индукция, аналогия, дедукция).

4. Математическое описание (определение) понятия о логической операции и обоснование существованием, аналогией, индуктивное, дедуктивное.

5. Стандартное математическое описание понятия (термин, обозначение, определение) логической операции.

В. Способы межпредметного теоретического познания

Способ построения теоретической модели политехнических знаний математического характера

1. Постановка проблемы формирования теоретической модели естественнонаучных знаний математического характера.

2. Обращение к математическим знаниям с целью отбора необходимых понятий, методов, законов и их моделей.

3. Формирование и теоретическое моделирование естественнонаучных знаний на основе отобранных математических знаний (абстрагирование II, обобщение III, применение математических моделей и методов).

4. Естественнонаучное объяснение (интерпретация) и обоснование знаний.

5. Теоретическая модель естественнонаучного характера математических знаний.

Пример способа построения теоретической модели политехнических знаний математического характера:

1. Выяснение характера математического закона, связывающего величины в эмпирически полученных физических формулах: $p=F/S$; $a=F/m$; $l=U/R$.

2. Выбор соответствующей математической формулы $y=a/x$.

3. Выяснение характера зависимости в физических формулах на основе математического закона.

4. Формулировка зависимости между физическими величинами и экспериментальная проверка закономерности.

5. Окончательная формулировка математического закона между величинами.

Способ построения теоретической модели профполитехнических знаний математического характера

1. Постановка проблемы формирования теоретической модели технического характера математических знаний.

2. Обращение к математическим знаниям с целью отбора необходимых понятий, методов, законов и их моделей.

3. Формирование и теоретическое моделирование технических знаний на основе отобранных математических знаний (абстрагирование II, обобщение III, применение математических моделей и методов).

4. Техническое объяснение (интерпретация) и обоснование знаний.

5. Теоретическая модель технического характера математических знаний.

Пример 1. Построение теоретической модели профполитехнических знаний математического характера о техническом объекте.

1. Постановка проблемы построения графической модели изменения частоты вращения валов коробки скоростей.

2. Отбор знаний о геометрической прогрессии, о построении графиков и характере изменения частоты вращения шпинделя.

3. Построение графической модели (рис. 6).

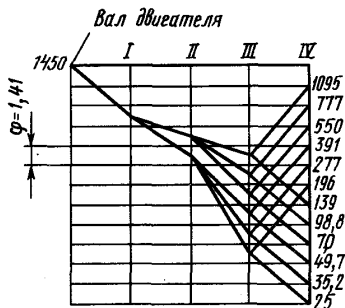


Рис. 6.

4. Интерпретация и обоснование:

число вертикальных линий на модели отражает число валов коробки скоростей, число горизонтальных линий — число ступеней частот

вращения шпинделя. Частота вращения шпинделя изменяется от 25 до 1095 об/мин в соответствии с геометрической прогрессией со знаменателем $\varphi=1,41$. Отрезок, соединяющий на графике две соседние точки валов, обозначает передачу с передаточным отношением $i=\varphi^m$, где m — число интервалов (равных φ), перекрываемых этим отрезком.

Модель соответствует реальности, поскольку в практике станкостроения величина $\varphi=1,41$ используется при конструировании коробок передач станков.

5. Графическая модель изменения частоты вращения валов коробки скоростей имеет вид, изображенный на рис. 7.

Пример 2. Построение теоретической модели профполитехнического характера.

1. Постановка проблемы построения модели растяжения образца испытываемого металла.

2. Отбор необходимых знаний о графиках функций и знаний из физики.

3. Построение диаграммы растяжения (рис. 7).

4. Техническая интерпретация модели⁸⁷:

а) на участке $0 — P_p$ удлинение образца Δl увеличивается прямо пропорционально нагрузке. Нагрузка P_p , до которой сохраняется закон пропорциональности между нагрузкой и деформацией, называется нагрузкой предела пропорциональности;

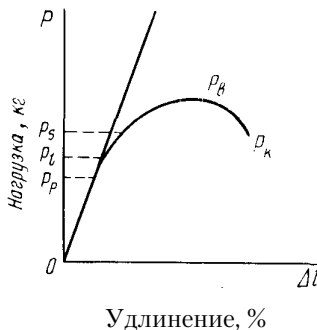


Рис. 7.

б) при повышении нагрузки сверх P_p , на участке $P_p — P_l$ образец начинает получать остаточные деформации. Нагрузка P_l , при которой

⁸⁷ См.: Кративницкий Н. и др. Технология металлов. М.; Л., 1964. С. 37–39.

образец получает остаточное удлинение, равное 0,005% или другой величине, определяемой техническими условиями, называется нагрузкой предела упругости;

в) на участке выше точки P_l , возникают заметно остаточные деформации;

г) выше точки P_s , нагрузка возрастает до точки, соответствующей максимальной нагрузке P_b , после которой начинается ее падение до точки P_k , связанное с образованием шейки и разрушением образца. Наибольшая нагрузка P_b , которая потребовалась для разрушения образца, называется нагрузкой предела прочности при растяжении;

д) после образования шейки происходит падение нагрузки, образец удлиняется: в точке P_k при непрерывном уменьшении сечения шейки происходит разрыв образца. Точка P_k определяет усилие в момент разрыва образца и характеризует пластические свойства металла.

5. В окончательном виде диаграмма может быть дополнена техническими названиями (как это делается в диаграммах сплавов).

Теоретическими моделями профполитехнических знаний математического характера для металлообрабатывающего профиля являются все математические формулы кинематических зависимостей, используемых в механизмах преобразования вращательного движения в прямолинейное поступательное.

Например, для червячного механизма кинематическая зависимость имеет вид: $v = t_s na / 1000$ м/мин; $s = t_s na$ мм/мин, где a – число заходов червяка; t_s – торцовый шаг рейки; n – число оборотов червяка в минуту.

Способ построения теоретической модели профессиональных знаний математического характера

1. Постановка проблемы формирования теоретической модели математического характера технологических знаний.

2. Обращение к математическим знаниям с целью отбора необходимых понятий, методов, законов и их моделей.

3. Формирование и теоретическое моделирование технологических знаний на основе отобранных математических знаний (абстрагирование II, обобщение III, применение математических моделей и методов).

4. Технологическое объяснение (интерпретация) и обоснование знаний.

5. Теоретическая модель математического характера технологических знаний.

Примерами теоретических моделей математических знаний профессионального (технологического) характера могут служить математические формулы, используемые для расчета норм труда.

Пример. Для ручной дуговой электросварки время T_0 рассчитывается по формуле $T_0 = Q/v_n$, где Q – масса металла, необходимого для образования шва (г); v_n – скорость наплавки.

Масса металла шва рассчитывается по формуле $Q = FL\varphi$, где F – площадь поперечного сечения наплавленного шва (мм^2); L – длина шва (м); φ – удельный вес наплавленного металла ($\text{г}/\text{м}^3$).

Скорость наплавки определяется по формуле $v_n = a_n I / 60$, где I – сила тока, А; a_n – коэффициент наплавки, т. е. количество металла (г), наплавляемого в час при силе тока и 1А.

Способ построения теоретической модели производственных знаний математического характера

1. Постановка проблемы формирования теоретической модели математического характера производственных знаний.

2. Обращение к математическим знаниям с целью отбора необходимых понятий, методов, законов и их моделей.

3. Формирование и теоретическое моделирование производственных знаний на основе отобранных математических знаний (абстрагирование II, обобщение, применение математических моделей и методов).

4. Производственное объяснение (интерпретация) и обоснование знаний.

5. Теоретическая модель математического характера производственных знаний.

Пример построения теоретической модели производственных знаний математического характера:

1. Постановка проблемы выявления количественных характеристик производства шарикоподшипников.

2. Отбор знаний о процентах и их использовании для характеристики материалов с точки зрения химического состава и свойства (твердости) металлов.

3. Построение математической характеристики металла (стали), используемого для производства шарикоподшипников: стали с содержанием углерода (0,9 – 1,1%) и хрома (0,8 – 1,65%).

4. Уяснение того, что такой процент углерода и хрома обеспечивает необходимую для шарикоподшипников твердость материала.

5. Вывод о том, что для производства шарикоподшипников необходимо отбирать стали, содержащие от 0,9 до 1,1% углерода и от 0,8 до 1,65% хрома.

Теоретическими моделями производственных знаний математического характера являются графики стоимости продукции в зависимости от характера производственного процесса (см. рис. 8 — график зависимости стоимости обработки детали от точности ее изготовления и рис. 9 — график изменения себестоимости обработки партии деталей в зависимости от числа x деталей и типа токарного станка).

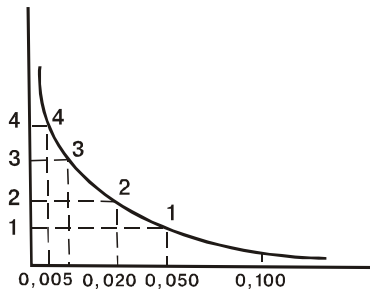


Рис. 8.

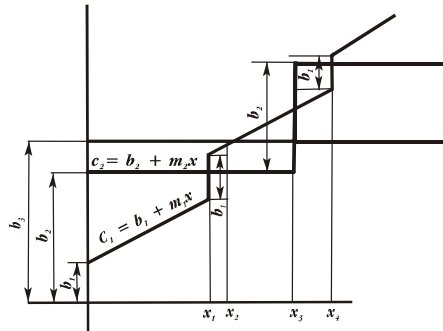


Рис. 9.

В результате реализации способов формирования политехнических, профполитехнических, профессиональных моделей и моделей производственных на основе математических знаний происходит постепенный синтез математических и профессионально-технических

знаний. В каждом следующем способе используется все более полное дифференцированно-интегрируемое математическое знание, получаемое в результате предыдущих способов.

Г. Способы совершенствования производственного процесса

Способ построения производственной модели естественнонаучного характера посредством синтезированных знаний

1. Постановка проблемы построения производственной модели естественнонаучного характера.
2. Обращение к синтезированным теоретическим знаниям с целью отбора необходимых понятий, законов, методов и их моделей.
3. Конструирование производственной модели естественнонаучного характера на основе отобранных теоретических знаний.
4. Изучение технических, технологических и производственных возможностей и экспериментальная проверка построенной модели в условиях производства.
5. Производственная модель естественнонаучного характера.

Примером модели синтезированных математических и естественнонаучных, в частности, физических знаний производственного характера может служить формула вида $n = (v - I_{\text{я}}) r_{\text{я}} / c_e \Phi$, где n – частота вращения двигателя постоянного тока; $r_{\text{я}}$ – сопротивление цепи якоря; Φ – магнитный поток; c_e – коэффициент, учитывающий конструктивные особенности двигателя; v – напряжение; $I_{\text{я}}$ – ток якоря.

Отличие данной модели от физической заключается в том, что здесь имеется эмпирическая величина c_e , позволяющая учесть конструктивные особенности конкретного двигателя.

Способ построения производственной модели технического характера посредством синтезированных знаний и опыта практического моделирования

1. Постановка проблемы построения производственной модели технического характера.
2. Обращение к синтезированным теоретическим знаниям и опыту практического моделирования с целью отбора необходимых понятий, законов, методов, теоретических и материальных моделей.
3. Конструирование производственной модели технического характера на основе теоретических и практических знаний и моделей.

4. Изучение технологических и производственных возможностей и экспериментальная проверка построенной модели в условиях производства.

5. Описание производственной модели технического характера.

Примером модели синтезированных математических, физических и технических знаний производственного характера может служить техническая характеристика станка. Например, токарно-винторезный станок 16К20 имеет техническую характеристику, включающую следующие элементы⁸⁸:

Наибольший диаметр обработки, мм:	
над станиной	400
над поперечным суппортом	200
Наибольший диаметр обрабатываемого прутка, мм	50
Расстояние между центрами, мм	710, 1000, 1400, 2000
Частота вращения шпинделя, об/мин	
Подача, мм/об	12,5–1600
Продольная	0,05–2,8
Поперечная	0,025–1,4
Шаг нарезаемой резьбы:	
метрической, мм	0,5–112
дюймовой (число ниток на 1)	56–0,5
питчевой, питчей	56–0,5
модульной (модуль, мм)	0,5–112
Мощность главного электродвигателя, кВт	10

Способ построения производственной модели технологического характера посредством синтезированных знаний и опыта практического моделирования

1. Постановка проблемы построения производственной модели технологического характера.

2. Обращение к синтезированным теоретическим знаниям и опыту практического моделирования с целью отбора необходимых понятий, законов, методов, теоретических и материальных моделей.

3. Конструирование производственной модели технологического характера на основе теоретических и практических знаний и моделей.

⁸⁸ См.: Феценко В. Н., Махмутов Р. Х. Токарная обработка. М., 1984. С. 30–31.

4. Изучение производственных возможностей и экспериментальная проверка построенной модели в условиях производства.

5. Описание производственной модели технологического характера.

Пример способа построения модели математических, физических, технических и технологических знаний производственного характера посредством синтезированных знаний:

1. Постановка проблемы определения расходного коэффициента известняка на 1 т извести и степень обжига известняка, если известь получается обжигом и содержит 94% CaO, 1,2% CO₂ и 4,8% примесей (CO₂ в негашеной извести получается из-за наличия в ней карбонатов (CaCO₃), количество которых определяет степень обжига известняка).

2. Отбор знаний о решении химических задач на проценты и количественных характеристик химических веществ (молекулярная масса CaO 56,1; CO₂ 44,0; CaCO₃ 100,1).

3. Решение расчетной задачи.

Для образования 94% CaO, содержащихся в 1 т негашеной извести, требуется CaCO₃ $100,1/56,1 \cdot 0,94=1,677$ (кг).

Кроме того, CaCO₃ содержится в негашеной извести в виде неполного обжига (недопала) в количестве $100,1/44,0 \cdot 0,012=0,027$ (кг).

Таким образом, на 1 кг негашеной извести расходуется CaCO₃ $1,677+0,027=1,704$ (кг), что составит $1,704/0,89=1,91$ (кг) известняка (содержащего 89% CaCO₃).

Степень обжига известняка $1,677 \cdot 100/1,704=98,4\%$.

4. Экономическая интерпретация и оценка целесообразности использования данного типа известняка в производстве.

5. Вывод: для получения 1 т негашеной извести необходимо взять 1 т 910 кг известняка, содержащего 89% CaCO₃.

При этом степень обжига известняка составит 98,4%.

Производственная модель отличается от предыдущей (технологической) тем, что если говорить, например, о расходе известняка, то можно сформулировать проблему; определить, достаточно ли имеющегося в наличии известняка для получения требуемого количества извести. При этом если не решалась технологическая задача, то шаг 2 способа останется тем же, что и в предыдущем способе, шаг 4 способа будет сравнением полученного результата с имеющимися запасами известняка, а шаг 5 будет содержать ответ на поставленную проблему.

Если речь идет о совершенствовании производственного процесса, то ставится проблема определения необходимого запаса известняка и в результате ее решения предлагается уменьшить или увеличить имеющиеся запасы.

Способ совершенствования производственного процесса

1. Постановка проблемы совершенствования производственного процесса.

2. Обращение к синтезированным теоретическим знаниям и опыту практического моделирования с целью отбора необходимых понятий, законов, методов, теоретических и материальных моделей.

3. Моделирование составляющих производственного процесса на основе теоретических и практических знаний и моделей.

4. Изучение функциональных возможностей и экспериментальная проверка построенной модели в условиях производства.

5. Усовершенствованный производственный процесс.

П р и м е ч а н и е. После того как построены производственные модели естественнонаучного, технического, технологического характера, можно также говорить о совершенствовании производственного процесса и о соответствующем способе познавательной деятельности.

Пример способа выполнения учебного задания производственного характера:

1. Постановка проблемы выполнения задания по изготовлению развертки цилиндрического сосуда на листовой стали.

2. Изучение описания задания⁸⁹:

Разверткой поверхности цилиндра будет прямоугольник с высотой, равной высоте цилиндра, и длиной, равной длине окружности цилиндра. Последовательность выполнения задания заключается в следующем:

1) определяют длину развертки цилиндра $\varnothing 70$: $L = \pi D = 3,14 \cdot 70 = 219,8$ мм (округляем до 220 мм);

2) строят развертку цилиндрической поверхности сосуда высотой $H = 120$ мм и длиной $L = 220$ мм;

3) развертку цилиндрической поверхности дополняют припуском a на боковой шов. Для отбортовки верхнего края цилиндра a залаткой проволоки берут припуск $\delta = \pi d$ (d — диаметр проволоки);

4) размечают дно сосуда, для этого наносят две окружности $R = 35$ мм (основание цилиндра) и $R = 35 + a$ (с припуском на шов), чем завершают полную разметку развертки цилиндрического сосуда.

⁸⁹ См.: *Старичков В. С. Практикум по слесарным работам. М., 1983.*

3. Выполнение учебного задания.

4. Проверка правильности выполнения задания посредством измерений.

5. Предъявление готового изделия.

Описание задания, приведенное в п. 2, есть не что иное, как производственная модель технологического характера, которая также может быть построена самими учащимися.

В приведенном примере используется готовая технологическая модель деятельности. Этот пример можно изменить, предложив в п. 2 способа учащимся самим построить план выполнения задания с опорой на имеющиеся у них знания. При этом в п. 1 способа указываются размеры изделия.

Д. Синтетические способы познавательной деятельности

Способ политехнического характера

1. Постановка естественнонаучной проблемы.

2. Построение математической модели.

3. Решение проблемы в рамках математической модели.

4. Естественнонаучная интерпретация и проверка полученного решения.

5. Вывод относительно решения естественнонаучной проблемы.

Способ профполитехнического характера

1. Постановка технической проблемы.

2. Построение математической модели.

3. Решение проблемы в рамках математической модели.

4. Техническая интерпретация и проверка полученного решения.

5. Вывод относительно решения технической проблемы. *Способ профессионального характера*

1. Постановка технологической проблемы.

2. Построение математической модели.

3. Решение проблемы в рамках математической модели.

4. Технологическая интерпретация и проверка полученного решения.

5. Вывод относительно решения технологической проблемы.

Способ производственного характера

1. Постановка производственной проблемы.

2. Построение математической модели.

3. Решение проблемы в рамках математической модели.

4. Производственная интерпретация и проверка полученного решения.

5. Вывод относительно решения производственной проблемы. В соответствии с приведенными способами решаются физические (химические), технические, технологические и производственные задачи. Приведем примеры таких задач.

Физическая задача. Найти полезную мощность электродвигателя, если известны коэффициент полезного действия $\eta = 0,7$ и мощность электродвигателя $N_{Эд} = 70$ кВт.

Техническая задача. Определить мощность станка на шпинделе $N_{СТ}$, если мощность электродвигателя $N_{Эд} = 10$ кВт, $\eta = 0,75$.

Решение. Мощность станка на шпинделе $0,75 \cdot N = N_{Эд}$ $\eta = 10 \cdot 0,75 = 7,5$ (кВт). Остальная мощность в количестве 2 кВт пойдет на преодоление трения в механизмах самого станка.

Производственная задача. На токарном станке 1К62 обрабатывается вал конструктивной углеродистой стали с пределом прочности на растяжение $\sigma_b = 75$ кг/мм². Резец оснащен пластинкой из твердого сплава Т15К6. Диаметр заготовки $D = 110$ мм, глубина резания $t = 2$ мм; подача $s = 0,3$ мм/об; $v = 190$ м/мин. Выяснить, можно ли вести работу, исходя из мощности станка на шпинделе⁹⁰.

Е. Способы применения математических знаний в математике

В обучении математике на основе абстрактных математических знаний могут быть построены модели более низкого уровня абстракции: свойства, планы деятельности и т. п. Обычно в этом случае говорят о применении знаний. Первым способом здесь является способ математического осмысления.

Способ математического осмысления

1. Постановка проблемы математической характеристики объекта.
2. Подведение под понятие (метод, закон, теорию).
3. Перенос математических характеристик объекта.
4. Изучение и проверка полученной совокупности характеристик объекта.
5. Математическая характеристика объекта.

Способ математического прогнозирования

1. Постановка проблемы выявления новых свойств объекта.

⁹⁰ См.: Бруштейн Б. Е., Дементьев В. И. Токарное дело. М., 1967. С. 329.

2. Выявление опорных математических знаний.
3. Прогнозирование новых свойств объекта.
4. Изучение и проверка полученных свойств.
5. Описание возможных свойств объекта.

Способ графического моделирования

1. Постановка проблемы построения графической модели объекта.

2. Выявление опорных математических знаний и прогнозируемых свойств объекта.

3. Построение графической модели.
4. Изучение и проверка построенной модели.
5. Построенная графическая модель.

Способ проектирования объекта

1. Постановка проблемы построения плана деятельности конструирования объекта.

2. Выявление опорных математических знаний, прогнозируемых свойств и модели объекта.

3. Построение плана деятельности по конструированию объекта.
4. Изучение и проверка построенного плана.
5. Окончательный план деятельности.

Ж. Синтетические способы получения математических знаний

В состав этих способов в свернутом виде входят приемы эмпирических, теоретических и прикладных способов познавательной деятельности. Но реализуются все они на математическом содержании и не выходят за рамки изучения математических объектов.

Синтетический способ аналогии

1. Постановка познавательно-прикладной проблемы.
2. Построение модели аналогии.
3. Решение проблемы в рамках построенной модели.
4. Экспериментальная проверка хода или результата решения.
5. Разрешение познавательно-прикладной проблемы.

Пример:

1. Решить текстовую задачу.
2. Составление числового выражения.
3. Нахождение значения выражения.
4. Проверка: решение другим способом или по условию задачи.
5. Запись ответа задачи.

Синтетический способ конкретизации

1. Постановка познавательного-прикладной проблемы.
2. Построение модели конкретизации.
3. Решение проблемы в рамках построенной модели.
4. Экспериментальная проверка хода или решения.
5. Разрешение познавательного-прикладной проблемы.

Пример:

1. Определить результат процесса.
2. Подстановка числовых значений в формулу.
3. Нахождение значения выражения.
4. Проверка (физическая) результата.
5. Формулировка полученного результата.

Синтетический способ обобщения

1. Постановка познавательного-прикладной проблемы.
2. Построение модели-обобщения.
3. Решение проблемы в рамках построенной модели.
4. Экспериментальная проверка решения хода или результата.
5. Разрешение поставленной проблемы.

Пример:

1. Решить графически уравнение.
2. Построение графика (или графиков) функций.
3. Решение уравнения с помощью графиков функций.
4. Проверка полученных результатов.
5. Ответ на вопрос задачи.

Можно использовать еще и модели противоположные, и модели двойственные, которые хотя и значительно реже, но также используются в математике.

Глава 3

ВЗАИМОСВЯЗЬ СОДЕРЖАНИЯ ОБУЧЕНИЯ И ПРОЦЕССА ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В учебном познании содержание учебного предмета выступает как результат познавательной деятельности учащихся. В содержание обучения включаются объекты познания соответствующей науки, компоненты научного знания, отражающие отдельные стороны объектов познания, дидактические компоненты — цели, методы, средства и др. Каждой из названных составляющих, вообще говоря, можно поставить в соответствие способ познавательной деятельности и получим, таким образом, достаточно полный набор способов. Такая задача интересна, но это предмет рассмотрения методики. Здесь же мы рассмотрим лишь связь способов деятельности с компонентами научного знания. Наиболее отчетливо компоненты знания представлены в математике, поэтому для первичного рассмотрения мы возьмем математическое знание и покажем взаимную его связь со способами познавательной деятельности.

§ 1. Взаимосвязь содержания и способов познавательной деятельности

В содержании математического как и любого другого научного знания выделяются три вида понятий: понятия-объекты, понятия-операции, метапонятия. Они выступают в качестве основных клеточек научного знания. Поэтому рассмотрим сначала процесс познания именно их.

Обратимся к конкретному содержанию предмета. К первому виду понятий в курсе алгебры относятся числа, переменные, функции и т. п.; ко второму виду понятий — арифметические и алгебраические операции, алгебраические преобразования и т. д.; к третьему — логические операции. В соответствии с видами понятий выделяются и три аспекта содержания, образованные более сложными компонентами знания: определениями, методами решения, доказательствами и т. п.

Формирование всех видов понятий начинается с выделения характеристических свойств, образующих содержание понятий. Выделение этих свойств осуществляется посредством приемов познавательной деятельности, реализуемых на конкретном учебном материале. Содержание этого материала, а значит и содержание приемов познава-

тельной деятельности, определяется структурой системы формируемых знаний, которую нельзя отождествлять с логикой содержания. Например, понятие арифметической операции над числами можно осуществлять дедуктивным путем, оперируя только числами, а можно индуктивным путем, оперируя различными средствами наглядности и знаниями профессионально-техническими. В первом случае мы опираемся на ранее сформированные понятия, а во втором — на представления. Приемы выступают в качестве средства перехода от одного аспекта знаний к другому и от одного уровня общности и абстракции к другому уровню.

Формирование понятий всех трех видов и конструирование соответствующих элементов теории осуществляются посредством способов познавательной деятельности. Отличие способов познавательной деятельности от приемов заключается в том, что основным содержанием их являются понятия и лишь в качестве вспомогательного средства используются выделенные ранее свойства, сформированные представления, знания профтехцикла и понятия более низкого уровня общности. Кроме того, дается обоснование полученных моделей.

Особую роль в формировании знаний играет их синтез, цель которого — выявление взаимосвязи и взаимообусловленности различных видов и уровней знаний. Основным средством в формировании таких знаний являются упражнения, задания, задачи профессионально-технического характера, решение которых требует предусматривать реализацию полного цикла познания.

Решение такого рода упражнений, заданий, задач строится на основе синтетических способов познавательной деятельности. В содержательную основу этих способов, очевидно, входят знания разных уровней и видов.

Содержание способов деятельности и их характер определяют соответственно содержание и приемы, применяемые с целью осмысления и усвоения материала. Осмысление результатов деятельности связано в первую очередь с проверкой полученных знаний. Поэтому здесь используются различного рода доказательства. При формировании знаний о математических объектах выявляются дополнительные или подтверждающие свойства. При формировании понятий осуществляется проверка посредством получения результата новым способом, а также путем соотнесения полученного результата с

имеющимися знаниями данного и других уровней и аспектов знания как математических, так и профессионально-технических.

Особенностью проверки в процессе синтеза знаний является использование средств и методов дисциплин профтехцикла и профессиональной деятельности, в частности задач профессионально-технического характера, основанных на синтетических способах познавательной деятельности.

Осмысление предполагает также овладение определенным уровнем знаний и умений и определенными способами деятельности. Иными словами, здесь происходит развитие полученных знаний, которое происходит в соответствии с выделенными выше уровнями синтеза знаний и видами моделей. Характер используемого способа определяет максимально возможный уровень развития учебного познания, приемы достижения которого есть элементы данного способа.

При организации осмысления должны учитываться принципы организации познавательной деятельности, ориентированные на усвоение способов познавательной деятельности. А именно:

принципы, касающиеся свертывания, развертывания и материализации способов познавательной деятельности. Это означает, что в процессе осмысления способа должна изменяться полнота его описания и заканчиваться осмысление должно алгоритмическим предписанием, с течением времени по мере повторного применения способа, характер которого должен меняться в трех направлениях: свертывания, формализации языка описания, снятия знаковой фиксации (выражающееся в уменьшении и вообще в прекращении ведения записей).

Мы рассмотрели собственно познавательный аспект в развитии способов познавательной деятельности, диалектическое изменение в плане усвоения способов и внутреннего их развития, их характера и структуры независимо от содержания, на котором они реализуются. Однако способы познавательной деятельности, формируясь на одном содержании, могут переноситься и на другое содержание. В этом плане, как видно из структуры учебного познания, применительно к математике можно выделить еще два направления изменения способов познавательной деятельности: в направлении повышения теоретического уровня и в направлении их профессионализации. В каждом из этих направлений выделяется пять уровней (см. гл. 1, § 3). На каждом из этих уровней, как показано в § 4 гл. 1, система приемов и способов циклически повторяется.

§ 2. Способы познавательной деятельности при формировании понятий

Формируемые, понятия можно подразделить на два типа: эмпирические и теоретические. При этом характер понятия определяется тем, какими приемами и способами оно формируется и на основе каких знаний. В обучении математике о теоретическом понятии или, точнее, сформированном на теоретическом уровне имеет смысл говорить тогда, когда оно получило дедуктивное обоснование.

Приведенное разграничение понятий нельзя путать с содержательной классификацией знаний. Предлагаемая нами классификация есть классификация результатов познавательного процесса. Поэтому, например, функция, если она построена на основе числовых данных производства или эксперимента, есть понятие эмпирическое. Если же понятие о ней сформировано в рамках математических знаний, например как функция, обратная данной, то это понятие является теоретическим. Положив в основу классификации изучаемый объект, мы можем математические понятия подразделить на понятия производственного, технологического, технического, естественнонаучного и собственно математического (абстрактного) характера. Переходя от понятий производственного характера к математическим и затем обратно, мы тем самым осуществляем посредством интеграции и дифференциации синтез математических и профессионально-технических знаний.

Кроме собственно математических понятий можно выделить целый ряд моделей, используемых в математике, которые также могут быть как эмпирическими, так и теоретическими по своему происхождению. К ним относятся модели геометрических фигур, графики, чертежи, рисунки, схемы, наконец, язык математики и язык других наук, используемый в математике.

Такое разграничение представляется важным в первую очередь с позиций уровня сформированности математических понятий и знаний других моделей, используемых в математике, а также и по ряду других причин, касающихся процесса формирования. Одна из них состоит в том, что необходимым элементом формирования теоретического понятия является доказательство того, что объем его не пуст. В то время как для эмпирических понятий этот вопрос с позиций учащихся представляется сам собой разумеющимся.

При формировании математических понятий принято выделять три основных этапа: выявление существенных признаков — содержания понятия, построение определения и применение понятия. В условиях обучения в ПТУ традиционным остается второй этап способа познавательной деятельности, а первый и третий будут меняться. В зависимости от возможности и целесообразности интеграции математических и профессионально-технических знаний в процессе формирования понятия они могут наполняться либо математическим содержанием, либо содержанием дисциплин профтехцикла и производственной деятельности.

В качестве учебного материала при выявлении существенных признаков понятий наряду с математическим содержанием целесообразно использовать элементы производственной деятельности, технологические схемы, технические рисунки и чертежи, схемы и графики естественнонаучных дисциплин. Иными словами, в качестве опорных можно использовать все знания о производственной деятельности, а также знания и опыт познавательной деятельности, полученные как в математике, так и в профессионально-технических и естественнонаучных учебных предметах, и на этой основе строить познавательную деятельность по выявлению существенных признаков понятия.

Опираясь на эти знания с целью выделения необходимых свойств, можно также строить и обобщать материальные модели (макеты геометрических фигур и т. п.), графические схемы и модели, используемые в обучении математике. Иногда графические модели, используемые в математике, в частности в геометрии и технические чертежи могут совпадать. Технический чертеж может рассматриваться как изображение геометрической фигуры. При чтении их могут использоваться одни и те же термины и адекватные понятия, отличающиеся друг от друга лишь несущественными с точки зрения математики признаками. Процессуальную сторону выделения характеристических свойств понятия образуют приведенные в § 2 настоящей главы приемы познавательной деятельности: анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение, классификация, моделирование. При этом целесообразно использовать в качестве ориентировочной основы алгоритмические предписания приемов.

Например, актуализируя знания о геометрической прогрессии, учащимся предлагается или актуализируется следующее предписание:

1. Уяснить цель обобщения совокупности объектов.

2. Сравнить имеющиеся объекты.
3. Выделить общие свойства.
4. Изучить состав и структуру полученной группы свойств.
5. Охарактеризовать полученную совокупность объектов с точки зрения их общности.

Ставится задача дать математическое описание процесса изменения частоты вращения шпинделя. Решение этой задачи проводится следующим образом.

1. Выяснение необходимости установления характеристического свойства ряда чисел: 25; 35,2; 49,7; 70; 98,8; 139, характеризующих частоту вращения шпинделя.

2. Сравнение пар рядом стоящих чисел по величине.

3. Выяснение того, что при делении следующего числа на предыдущее получается всегда величина 1,41.

4. Уточняем, что такое число единственное и оно характеризует переход от одного числа к другому.

5. Формулируем окончательный вывод: данный ряд чисел характеризуется тем, что каждое следующее число больше предыдущего в 1,41 раза.

После выделения существенных свойств понятия вводятся термин и обозначение. При этом немаловажную роль (например, с точки зрения принципа преемственности в обучении) играет согласование терминологии и обозначений. В данном случае термин «геометрическая прогрессия» используется и в спецдисциплинах. Однако знаменатель обозначается буквой φ , а не g . Часто имеются разногласия и в терминологии. Например, боковой грани многогранника в строительной практике и теории соответствует термин «тычок», «ложок»; основанию многогранника — «постель». Токари вместо термина «высота конуса» используют термин «длина конуса», вместо «тангенс половины угла при вершине конуса» — термин «уклон» и т. д.

Дидактическим средством, позволяющим учащимся устанавливать соотношение и усваивать связи между соответствующими терминами (т. е. в качестве средства формирования системности знаний учащихся в области терминологии), являются межпредметные словари, в которые построчно заносятся термины, несущие одинаковую смысловую нагрузку. В этом словаре целесообразно также указать и другие сведения, например историю происхождения термина, предметы, в которых он применяется.

Далее строится определение геометрической прогрессии. При этом используется познавательный прием построения определения через ближайший род и видовое отличие. При организации самостоятельной деятельности учащихся по конструированию определения им предлагается соответствующее алгоритмическое предписание.

После того как построено определение геометрической прогрессии, делается вывод относительно задачи технического характера: изменение частоты вращения шпинделя происходит ступенчато в соответствии с рядом геометрической прогрессии со знаменателем 1,41.

Здесь, по сути, уже реализован этап применения понятия. Построена модель профполитехнических знаний математического характера. Однако с целью формирования умений применять это понятие в качестве средства познания в дисциплинах профтех-цикла учащимся можно предложить найти, опираясь на понятие геометрической прогрессии, другие частоты вращения шпинделя, в частности наибольшую, и сравнить с паспортными или табличными данными станка. Способ деятельности имеет вид:

1. Постановка задачи вычисления частоты вращения шпинделя.
2. Обращение к понятию геометрической прогрессии, уточнение ее характеристического свойства.
3. Вычисление требуемой частоты вращения шпинделя.
4. Сравнение полученного результата с техническими данными.

Приведенный способ есть конкретизация общего способа построения теоретической модели технических знаний производственного характера. Можно с учащимся здесь же решить задачу на нахождение передаточного отношения, вычисляемого по формуле. Для более полного раскрытия учащимися возможностей применения понятия строятся, как это только что было сделано, модели естественнонаучного, технологического характера и т. д.

После этого делается обобщающий вывод о том, что данное понятие является обобщением и моделью существенных (характеристических) свойств объектов познания целого ряда дисциплин и производственной деятельности и лежит в основе построения новых теоретических и практических моделей перечисленных объектов. Тем самым дается характеристика дифференцируемой и интегрируемой понятием областей профессионально-технических знаний.

В тех случаях, когда у учащихся уже имеется опыт деятельности по формированию данного вида понятий, аналогичных, частных или общих, то можно воспользоваться другим вариантом формирования

понятий, который называют часто аналогией. При этом посредством приемов мышления осуществляется перенос деятельности по формированию понятия с одного, как правило, математического материала на другой. Такой способ формирования понятия будет характеризоваться более высоким уровнем развития познавательной деятельности как в содержательном, так и в процессуальном аспекте. Оперирование осуществляется математическими объектами, т. е. на теоретическом — собственно математическом уровне. А приемы познавательной деятельности выполняются в неявном виде. Вместе с тем дается установка на применение тех или иных приемов. При этом активизируется поисковая деятельность учащихся. С целью облегчения выполнения познавательных приемов используются специальные, дидактические средства. Наиболее удобными являются материалы с печатной основой.

Приведем пример организации такого рода деятельности при формировании понятий о возрастающей, невозрастающей, убывающей последовательности (табл. 1).

Пусть дана последовательность: $x_1; x_2; x_3; \dots; x_n; x_{n+1}$.

Таблица 1

Возрастающие	Убывающие	Невозрастающие	Неубывающие
--------------	-----------	----------------	-------------

Рассмотрим конкретные последовательности

$0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \dots; \frac{n}{n+1}; \dots$	$2; \frac{3}{2}; \frac{4}{3}; \dots; \frac{n+1}{n}; \dots$	$1; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}; \frac{1}{5}; \dots$	$1; 1; 2; 2; 3; 3; \dots$
--	--	--	---------------------------

Рассмотрим разность между 2-м и 1-м членами, между 3-м и 2-м, 4-м и 3-м.

Каковы разности по знаку? Что можно сказать о членах последовательности?

$$\frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2} > 0$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \dots > 0$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \dots$$

.....

Члены последовательности возрастают

Докажите ваши предположения:

Рассмотрим в общем виде разность последующего и предыдущего членов и определим ее знак.

Сравните последовательно члены друг с другом:

1-й = 2-му; 2-й = 3-му; 3-й = 4-му; и т.д.

$$x_{n+1} - x_n = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} =$$

$$\frac{1}{n(n+1)} > 0.$$

т.к. $n \in \mathbb{N}$

Поставьте знак < или >

$$x_{n+1} > x_n$$

Поставьте нужный знак \leq или \geq

Сформулируйте определения последовательностей

Возрастающей **Убывающей** **Невозрастающей** **Неубывающей**

Последовательность называется возрастающей, если каждый ее член, начиная со второго, больше предыдущего.

Возрастающая

Убывающая

Невозрастающая

Неубывающая

Такие последовательности называются **монотонными**.

Установите, частным случаем какой из последовательностей (3-й или 4-й) является:

последовательность 1 _____

последовательность 2 _____

Мы рассмотрели, таким образом, целый класс монотонных последовательностей.

После построения определения понятия при данном варианте формирования, так же как и в предшествующем, раскрывается область его применения. По отношению к понятиям различных видов последовательностей моделями профессионально-технического характера могут служить числовые характеристики различных вариан-

тов процесса изменения скоростей вращения шпинделя токарного станка.

Опираясь на рассмотренную структуру познавательной деятельности, можно сформулировать основные требования к знаниям учащихся о понятии.

Учащиеся должны усвоить:

- 1) профессионально-техническую основу (или условия происхождения) понятия;
- 2) существенные (характеристические) свойства понятия;
- 3) геометрический смысл понятия;
- 4) термин (название понятия);
- 5) обозначение (символ) понятия;
- 6) словесное определение понятия;
- 7) символическую запись определения;
- 8) структуру и вид (способ) определения понятия;
- 9) объем понятия;
- 10) область приложения понятия;
- 11) структуру деятельности по выделению существенных свойств;
- 12) структуру деятельности по построению определения;
- 13) общую структуру деятельности, имеющую место в процессе работы над понятием.

Увеличивая приведенный список, можно было бы говорить о приемах и способах, обеспечивающих применение понятий. Их также можно выделять.

Способы познавательной деятельности в каждом учебном предмете имеют свою специфику, определяемую содержанием предмета. Поэтому прежде чем говорить о методике их формирования, приведем в качестве образца систему способов формирования знаний об основных объектах курса алгебры и начал анализа.

1. Изучение функциональной зависимости (первый цикл)

Способ табличного (числового) описания процесса:

1. Постановка задачи табличного описания процесса.
2. Нахождение отдельных числовых значений.
3. Установление закономерностей изменения значений аргумента, функции, значений функции в зависимости от значений аргумента.
4. Проверка правильности найденных закономерностей посредством дополнительных значений.

5. Окончательное построение таблиц.

Способ графического описания процесса:

1. Постановка проблемы графического описания данного процесса.

2. Выдвижение предложений о форме графика на основе изучения расположения отдельных точек, соответствующих числовым параметрам.

3. Подтверждение предложений путем построения графика.

4. Проверка правильности построения графика посредством дополнительных значений.

5. Окончательный вывод о форме графика.

Способ аналитического описания процесса:

1. Постановка проблемы аналитического описания данного процесса — построения формулы.

2. Выдвижение предположения (на основе таблицы, графика, других способов) о возможной форме аналитического описания — виде формулы.

3. Подтверждение предположения путем конструирования аналитического выражения.

4. Проверка правильности полученного описания (например, посредством дополнительных числовых значений).

5. Стандартная форма аналитического описания.

Способ выявления свойств функции:

1. Постановка задачи выявления конкретного свойства функции.

2. Эмпирическое выявление свойства (посредством таблицы, графика, функции).

3. Математическое описание найденного свойства (например, определение возрастающей функции).

4. Изучение состава и структуры полученного описания.

5. Стандартная формулировка свойства.

Способ доказательства свойств функции:

1. Постановка задачи доказательства конкретного свойства функции.

2. Поиск доказательства (посредством анализа или конкретных примеров).

3. Составление плана доказательства.

4. Изучение состава, структуры, выбор формы записи.

5. Оформление полученного доказательства.

Способ построения графического описания функции, заданной формулой при заданных условиях:

1. Постановка задачи нахождения графического описания функции.
2. Обращение к свойствам функции.
3. Построение графика на основе свойств с учетом условий.
4. Проверка полученного графика посредством сравнения со стандартной формой графика и на основании свойств.
5. Установление окончательного вида графика.

Прогнозирование процесса на основе математического описания:

1. Постановка задачи определения поведения процесса (например, на промежутке) по математическому описанию.
2. Изучение поведения функции.
3. Описание поведения функции.
4. Интерпретация полученного описания.
5. Характеристика поведения процесса.

Изучение поведения процесса на основе имеющихся теоретических знаний (синтетический способ познавательной деятельности):

1. Постановка задачи изучения поведения (технологического, производственного) процесса.
2. Построение математической модели — математического описания процесса.
3. Изучение процесса в рамках математического описания: изучение поведения функции.
4. Интерпретация полученных результатов (технологическая, производственная).
5. Описание поведения (технологического, производственного) процесса.

2. Изучение пределов (второй цикл)

Определение предела последовательности:

1. Постановка задачи определения последовательности (x_n) .
2. Обращение к действиям с приближенными числами.
3. Конструирование определения предела последовательности.
4. Осмысление определения предела последовательности: вида определения, способа его построения, построение алгоритма вычисления предела по определению.
5. Окончательная формулировка определения.

Предел изменения процесса:

1. Постановка задачи нахождения предела изменения процесса в точке.
2. Обращение к задаче построения последовательности значений процесса посредством приближенных вычислений.
3. Описание предельного значения изменения процесса.
4. Осмысление математического способа описания и нахождения предела изменения процесса: математическая запись, построение алгоритма, интерпретация применительно к исходной задаче.
5. Вывод о предельном значении последовательности как предела изменения процесса.

Определение предела функции:

1. Постановка задачи построения определения предела функции.
2. Обращение к задаче (способу) нахождения предела изменения процесса в точке.
3. Конструирование определения предела функции.
4. Осмысление определения предела функции, способа его построения, построение алгоритма нахождения предела.
5. Окончательная формулировка определения.

Правила вычисления пределов:

1. Постановка задачи нахождения правил вычисления предела (суммы, произведения, частного).
2. Вычисление предела суммы по определению производной.
3. Конструирование правила.
4. Осмысление правила, способа его построения, построение алгоритма вычисления предела.
5. Окончательная формулировка правила.

Критерии непрерывности процесса:

1. Постановка задачи установления критерия непрерывности процесса.
2. Обращение к задаче нахождения предела процесса в точке.
3. Выявление критериев нахождения непрерывности процесса в точке.
4. Осмысление способа его построения.
5. Формулировка признака непрерывности процесса.

Определение непрерывности функции:

1. Постановка задачи построения определения непрерывности функции.
2. Обращение к задаче нахождения непрерывности процесса.

3. Конструирование критерия непрерывности функции.

4. Осмысление найденного критерия, способа его построения, алгоритма определения непрерывности функции.

5. Формулировка определения непрерывности функции.

Поведение функции на интервале:

1. Постановка задачи определения поведения функции на интервале.

2. Обращение к определению непрерывности функции.

3. Выяснение характера поведения функции.

4. Осмысление поведения функции, способа выяснения поведения функции, построения алгоритма.

5. Формулировка признаков определения поведения функции на интервале.

Применение непрерывности функции:

1. Постановка задачи отыскания способа решения неравенств с использованием поведения функции.

2. Обращение к критерию определения поведения функции.

3. Решение задачи с помощью критерия поведения функции.

4. Проверка найденного решения.

5. Описание способа решения неравенств.

3. Способы изучения производной (третий цикл)

Нахождение мгновенного изменения процессов:

1. Постановка задачи нахождения мгновенного изменения процесса.

2. Обращение к задаче вычисления пределов.

3. Решение задачи о мгновенной скорости способом вычисления предела.

4. Осмысление способа решения и построение алгоритма.

5. Вывод о пределе средней скорости как средстве описания мгновенного изменения процесса.

Отыскание способа нахождения мгновенной скорости изменения функции с помощью вычисления пределов:

1. Постановка задачи отыскания способа нахождения мгновенной скорости изменения функции посредством вычисления пределов.

2. Обращение к задаче вычисления пределов.

3. Решение задачи о мгновенной скорости изменения функции способом вычисления предела.

4. Осмысление способа нахождения мгновенной скорости изменения функции, построение алгоритма.

5. Вывод о пределе средней скорости изменения функции как средства описания мгновенной скорости.

Построение определения производной:

1. Постановка задачи построения определения понятия мгновенного изменения функции — производной.

2. Обращение к задаче нахождения мгновенного изменения функции.

3. Построение определения производной.

4. Осмысление определения производной, способа его построения, построение алгоритма.

5. Окончательная формулировка определения.

Вывод правила вычисления производной:

1. Постановка задачи вывода правил вычисления производной суммы (произведения, частного и др.).

2. Нахождение производной по определению.

3. Конструирование правила вычисления производной суммы, (произведения, частного и др.).

4. Осмысление правила нахождения производной суммы, условий применимости, алгоритма вычисления по правилу.

5. Окончательная формулировка правила.

Вывод формулы вычисления производной:

1. Постановка задачи вывода формулы вычисления производной степени (сложной функции и т. п.).

2. Вычисление производной посредством правил.

3. Конструирование формулы вычисления производной степени (сложной функции и т. п.).

4. Осмысление формулы, построение алгоритма вычисления по формуле.

5. Окончательный вид формулы.

4. Способы изучения первообразной (четвертый цикл)

Способ нахождения первообразной:

1. Постановка задачи построения математического описания процесса по заданной производной функции.

2. Обращение к задаче нахождения производной заданной функции.

3. Построение описания процесса на основе решения задачи о производной.

4. Осмысление способа построения описания процесса по заданной производной функции, построение алгоритма.

5. Вывод о первообразной как способе математического описания процесса, заданного посредством производной функции.

Определение первообразной функции:

1. Постановка задачи построения определения первообразной функции.

2. Обращение к задаче описания процесса.

3. Построение определения первообразной.

4. Осмысление определения первообразной, способа его построения, построение алгоритма нахождения первообразной.

5. Окончательная формулировка определения первообразной.

Общий вид первообразной:

1. Постановка задачи нахождения первообразной в общем виде.

2. Обращение к задаче нахождения первообразных по определению.

3. Вывод общего вида первообразной.

4. Осмысление общей формулы, способа ее получения, геометрического смысла, построение алгоритма.

5. Вывод об общем виде первообразной.

Формула нахождения первообразной:

1. Постановка задачи вывода формулы нахождения первообразной.

2. Обращение к способу нахождения первообразной в общем виде.

3. Вывод формулы нахождения первообразной.

4. Осмысление формулы, построение алгоритма нахождения первообразной по формуле.

5. Запись окончательного вида формулы.

Правила нахождения первообразных:

1. Постановка задачи нахождения правила нахождения первообразной комбинации функций.

2. Обращение к правилу дифференцирования.

3. Вывод правила нахождения первообразной.

4. Осмысление правила нахождения первообразной, условий применимости, алгоритма нахождения первообразных по правилу.

5. Окончательная формулировка правила.

Нахождение значений функции по заданной первообразной:

1. Постановка задачи построения способа вычисления максимального значения процесса, задающего функцию.

2. Нахождение производной функции.

3. Конструирование способа нахождения наибольшего значения процесса: отыскание условий (включая доказательства теоремы) максимума.

4. Осмысление найденного способа: условий, алгоритма вычисления максимального значения функции применительно к исходной задаче (интерпретация и т. п.).

5. Вывод о способе нахождения максимального значения функции как средства нахождения максимального значения процесса.

График поведения процесса:

1. Построение способа графического описания поведения процесса.

2. Нахождение отдельных характеристик процесса с помощью производной и без нее.

3. Построение графического описания процесса.

4. Осмысление способа графического описания процесса, построение графика и его интерпретация, построение алгоритма.

5. Вывод о способе построения графика как способе построения графического описания процесса.

Количественная характеристика поведения процесса:

1. Построение способа количественного описания поведения процесса.

2. Обращение к графику процесса.

3. Снятие количественных параметров с графика процесса.

4. Осмысление количественных характеристик (состава, структуры, закономерностей).

5. Составление количественной характеристики поведения процесса.

Нахождение изменения процесса на промежутке:

1. Постановка задачи нахождения изменения процесса на промежутке.

2. Нахождение изменения процесса на промежутке посредством первообразной.

3. Конструирование формулы нахождения изменения процесса на промежутке, построение алгоритма применительно к исходной задаче (интерпретация).

4. Осмысление формулы нахождения изменения процесса на промежутке, построение алгоритма.

5. Описание способа нахождения изменения процесса.

Нахождение площади фигуры:

1. Постановка задачи конструирования способа вычисления площади фигуры.
2. Нахождение площади посредством способа вычисления изменения функции на промежутке (включая доказательство теоремы).
3. Конструирование новой формулы.
4. Осмысление новой формулы, построение алгоритма вычисления площади фигуры.
5. Описание способа вычисления площади фигуры.

§ 3. Способы познавательной деятельности при изучении методов

Основным средством выражения способов деятельности служат алгоритмические предписания. Поскольку математические методы отражают определенные способы математической деятельности, то для их описания также целесообразно использовать алгоритмические предписания. С позиций организации познавательной деятельности целесообразность использования алгоритмических предписаний для описания математических методов обусловлена тем, что они способны обеспечить гносеологическую сторону развития методов математики и наиболее рационально организовать их усвоение.

С учетом сформулированных выше принципов организации познавательной деятельности определим основные требования к процессу формирования математических методов.

Сознательное овладение математическими методами происходит при условии, если учащимся дана специальная целевая установка. «...Учащиеся приходят к осознанию своих действий только в том случае, если перед ними ставится требование рассуждать об условиях, т. е. о тех данных, которыми они оперируют. Нет и не может быть непосредственного наблюдения за ходом своей мысли. Только через соотношение с реальностью осознается ход решения задачи»⁹¹. Поэтому при использовании алгоритмических предписаний в обучении математике в качестве первого требования необходимо выдвинуть требование целевой установки — постановки перед учащимися цели изучения метода и построения алгоритмического предписания.

⁹¹ Гурова Л. Л. Осознание школьниками своих действий при решении арифметических задач // Докл. АНН РСФСР. 1959. № 1.

Алгоритмическое предписание является сложным объектом, охватывающим решение класса задач. Его можно рассматривать как обобщенное описание метода решения задач данного класса. Метод представляет собой совокупность объектов, организованных определенным образом в единое целое. Он является более сложным образованием и потому более трудным для изучения его внутренней сущности, чем обычное, например, понятие математического объекта или математической операции. Поэтому в соответствии со вторым принципом целесообразно сформулировать второе требование, состоящее в том, что для обеспечения доступности в процессе формирования нового метода и соответствующего алгоритмического предписания необходимо опираться на имеющиеся конкретные представления учащихся.

Понятие о методе формируется на основе представлений и понятий об объектах и операциях, в форме которых он реализуется. Таким образом, формирование понятия о методе происходит в рамках имеющихся у учащихся знаний. Метод возникает как результат деятельности — оперирования известными объектами. Для этого решается сначала конкретный пример (один или несколько), каждый шаг которого учащимся известен, а затем как результат осмысления проделанного решения составляется алгоритмическое предписание.

После того как построено алгоритмическое предписание метода, необходима работа по его осмыслению как целого и последующему усвоению. Об осмыслении и понимании целостного объекта можно говорить тогда, когда ученик понимает его внутреннюю структуру. Применительно к познавательной деятельности известный советский психолог Л. С. Выготский писал, что «самый важный тип перехода внешней операции вовнутрь заключается в том, что ребенок усваивает самую структуру процесса, усваивает правила, по которым нужно пользоваться внешними знаками»⁹². Поэтому третье требование методики состоит в том, что при работе с учащимися по осмыслению алгоритмического предписания должна быть выяснена и усвоена его структура посредством изучения структуры деятельности.

Если построено алгоритмическое предписание и учащиеся понимают его внутреннюю структуру, можно говорить о понимании метода. Но при этом нельзя еще говорить об усвоении понятия. Наступает этап применения метода, проявляющийся в форме самостоятельного,

⁹² *Выготский Л. С.* Развитие высших психических функций. М., 1960. С. 219.

как правило, решения новых задач с опорой на алгоритмическое предписание. В процессе этой деятельности происходит дальнейшее осознание алгоритмического предписания за счет конкретизации отдельных его шагов и одновременно осуществляется усвоение сущности способа и его формы (алгоритмического предписания) посредством перехода внешних действий во внутренние. Последнее выражается в умении использовать алгоритмические предписания в процессе решения задач сначала при наличии перед глазами учащегося его в явном материализованном виде, а в конечном итоге при отсутствии какой бы то ни было, кроме проявляющегося решения задачи, материальной основы, фиксирующей структуру способа и соответственно алгоритмического предписания.

Алгоритмическое предписание, таким образом, в процессе перехода внешних действий во внутренние, т. е. в процессе усвоения метода, играя роль посредника, не остается неизменным. «Самое внедрение новой культурной операции распадается на ряд звеньев, на ряд стадий, внутренне связанных друг с другом и переходящих одна в другую»⁹³. В качестве таких стадий выделяется оперирование объектами, оперирование знаками, внутреннее оперирование. «...Для того чтобы построить у ребенка новое умственное действие... его нужно предварительно дать ребенку как действие внешнее, то есть экстерииоризовать его. В этой экстерииоризованной форме, в форме развернутого внешнего действия, оно первоначально и формируется. Лишь затем, в результате процесса постепенного его преобразования — обобщения, специфического сокращения его звеньев и изменения уровня, на котором оно выполняется, происходит его интериоризация, т. е. превращение его во внутреннее действие, теперь уже полностью протекающее в уме ребенка»⁹⁴. Поэтому в соответствии с пятым принципом в качестве четвертого требования, предъявляемого к методам и алгоритмическим предписаниям, выступает требование постепенного свертывания и снятия его знаковой формы фиксации.

Сначала свертываются отдельные звенья с сохранением общей структуры предписания. Затем постепенно выпадают или свертываются совокупности звеньев. Снятие фиксации осуществляется путем изменения характера знакового выражения алгоритмического предписания. Например, сначала алгоритмическое предписание фиксируем в виде словесной записи, затем в форме граф-схемы, отра-

⁹³ *Выготский Л. С.* Развитие высших психических функций. С. 205.

⁹⁴ *Леонтьев А. Н.* Проблемы развития психики. М., 1959. С. 304.

жающей структуру деятельности, далее посредством оставшейся нумерации шагов или построчной записи (в соответствии с последовательностью шагов), потребность в которой по мере усвоения способа деятельности также отпадает.

Однако с течением времени способы деятельности, например по решению задач, забываются. Длительное применение одних мнемонических сигналов может привести к формальному, неосознанному их использованию и в конечном итоге к формализму в знаниях учащихся. Ученик перестает видеть не только за алгоритмическим предписанием способ деятельности (например, метод решения задач), но и алгоритмическое предписание за мнемоническими сигналами. Поэтому «необходимо, чтобы за обобщенным знанием стояли обосновывающие его конкретные знания, чтобы в случае необходимости ученик мог развернуть свернутое знание»⁹⁵. Из сказанного вытекает пятое требование, заключающееся в необходимости восстановления в сознании учащихся полного алгоритмического предписания посредством его развертывания.

Если посмотреть на целостную систему применения алгоритмических предписаний в плане ее глобального изменения с течением учебного процесса с точки зрения принципов пять и шесть, то на основе теоретических положений уровней развития мышления и познания и в соответствии с этим средств выражения научного знания, можно сформулировать шестое требование, указывающее на изменение уровней развития языка, применяемого для записи алгоритмических предписаний. Сначала алгоритмические предписания должны выполняться в письменном виде, затем в виде графических схем, таблиц и т. п., т. е. в форме моделей, и лишь на высшей стадии понимания и усвоения способов деятельности алгоритмические предписания записываются с применением математической терминологии и символики и становятся не чем иным, как развернутыми математическими формулами. (Формула же есть свернутый математический алгоритм.)

Усвоение алгоритмических предписаний идет одновременно с повышением их теоретического уровня. Поэтому не случайно при реализации четвертого и шестого требований используются сходные средства записи алгоритмических предписаний.

⁹⁵ Качество знаний учащихся и пути его совершенствования / Под ред. М. Н. Скаткина, В. В. Краевского. М., 1978. С. 64.

Математические методы, формируемые у учащихся, как и понятия, можно подразделить на эмпирические и теоретические, т. е. соответствующие эмпирическому уровню сформированности и соответствующие теоретическому уровню сформированности⁹⁶. Кроме того, по содержанию методы можно подразделить на три группы: методы преобразования математических объектов, методы эмпирического познания и методы математического познания.

К методам эмпирического познания, используемым в обучении, относятся методы измерений, построения графиков, построения формул, построения формулировок аксиом, задач, теорем. С точки зрения математического содержания изучение их находится на весьма низком теоретическом уровне. Практически не используются здесь методы самой математики. Раскрытие содержания их осуществляется на интуитивном уровне, и мышление учащихся не поднимается выше наглядно-образного уровня. В то же время с развитием вычислительной техники все эти методы в содержательном отношении должны подняться на более высокий уровень и выступать в качестве математических (а не эмпирических, на уровне приемов умственной деятельности) методов построения математических моделей о производственных, технологических, технических, естественнонаучных объектах и процессах изучения.

Назрела необходимость ознакомления учащихся с новыми методами измерений, вычислений и обработки данных. По своему теоретическому уровню все эти методы довольно просты, а сложность, связанная с громоздкостью вычислений, снимается за счет применения вычислительной техники. С тем чтобы не увеличивать в целом объем изучаемого математического содержания, эти методы должны применяться для получения и построения тех же математических моделей, что изучаются в школе, — таблиц, графиков, формул и т. п. Отличие будет в том, что для их построения теперь будут использоваться новые методы. С применением таких методов можно будет строить таблицы не «надуманных» функций, а функций, описывающих реальные производственные и технологические процессы, строить таблицы функционирования технических объектов и т. д. Иными словами, изменение характера эмпирических методов математического познания трактуется необходимостью сущности моделей матема-

⁹⁶ Вместе с тем, на наш взгляд, нельзя говорить о двух уровнях формирования, поскольку процесс формирования может начинаться как на эмпирическом, так и на теоретическом уровне познания.

тического характера, используемых в процессе естественнонаучной, профессионально-технической подготовки и производственной деятельности. Только с введением таких методов можно будет говорить об изучении в математике моделей действительно в будущей производственной деятельности: нормировочных таблиц, технических справочников, технологических и технических схем и графиков, формул, расчета технологических схем и технических устройств.

Следовательно, изучение учебного материала такого рода требует сначала анализа и отбора требуемых моделей и методов, а затем уже соотнесения их с имеющимся математическим содержанием курса математики, ныне действующего.

Вместе с тем таблицы, графики, формулы профессионально-технического характера могут быть достаточно обоснованно построены на базе тех методов, которые учащимся известны из восьмилетней школы, например метод нахождения среднего арифметического, методы вычисления членов арифметических и геометрических прогрессий и т. п.

Особенностью познавательной деятельности при использовании таких методов является сочетание приемов эмпирического познания с приемами теоретического познания. Конкретные числовые данные мы получаем с применением эмпирических приемов, а обработку их осуществляем с применением приемов математики.

Общая структура способа познавательной деятельности имеет такой вид:

1. Постановка проблемы изучения (открытия) метода.
2. Изучение конкретного варианта реализации данного метода.
3. Изучение и построение обобщенного описания конкретного варианта данного метода.
4. Проверка и уточнение полученного описания.
5. Общепринятое описание метода.

Этот способ деятельности носит эмпирический (индуктивный) характер и является конкретизацией эмпирического способа построения математической модели, поскольку рассматриваемый нами метод есть математическая модель. Хотя ее отличие в том, что этот метод записывается в виде алгоритма и, как правило, не может быть записан в виде формулы или другого аналитического выражения только с использованием математического языка.

В нормативных справочниках используется часто графический метод расчета различных характеристик. Для построения графических

моделей при этом используется графоаналитический метод, который вполне доступен учащимся и может быть изучен на первых уроках алгебры на примере графика линейной зависимости.

Сначала учащимся в общих чертах дается характеристика метода. Раскрывается сущность графоаналитического метода, которая заключается в построении графической модели и формулы графика эмпирических результатов наблюдений с использованием алгебраических методов. Далее перед учащимися ставится проблема отыскания графоаналитического метода для известной линейной функции.

Второй этап включает всю совокупность приемов построения графика и вывода формулы для конкретных значений. Сначала сообщается, что график функции, используемый в нормировочных расчетах, называется нормативной линией. Ставится проблема построения нормативной линии и вывода расчетной формулы зависимости времени установки детали от ее веса при выполнении слесарно-сборочных работ. Далее выясняется, что при решении таких задач используются числовые данные, полученные посредством хронометража. Пусть, например, такие данные уже получены⁹⁷:

Q , кг ...	0,5	1,5	2,5	3,0	4,0	5,0;
t , мин ...	0,16	0,19	0,22	0,26	0,28	0,33.

Далее осуществляется построение линии и вывод формулы. С этой целью наносятся на координатную плоскость точки, соответствующие полученным данным. Строится ломаная линия (см. рис. 10), на основе которой должна быть построена нормативная прямая.

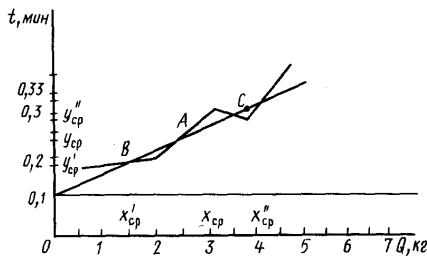


Рис. 10.

⁹⁷ См.: Краткий справочник нормировщика-машиностроителя. Минск, 1976.

Для этого сначала находят координаты точки A , расположенной в «середине» между нанесенными точками, через которую должна проходить прямая. Они равны среднеарифметическим значениям веса и времени, т. е.

$$Q_{\text{cp}} = 2 \cdot \frac{0,5+1,5+2,5+3+4+5}{6} = 2,75(\text{кг}),$$

$$t_{\text{cp}} = \frac{0,16+0,19+0,22+0,26+0,28+0,33}{6} = 0,24(\text{мин}).$$

Для определения угла наклона нормативной прямой к оси абсцисс точки разбиваются на две группы, расположенные по разные стороны от точки A , и находятся в каждой группе снова среднеарифметические значения одноименных координат:

$$Q'_{\text{cp}} = \frac{0,5+1,5+2,5}{3} = 1,5(\text{кг}),$$

$$t'_{\text{cp}} = \frac{0,16+0,19+0,22}{3} = 0,19(\text{мин}),$$

$$Q''_{\text{cp}} = \frac{3,0+4,0+5,0}{3} = 4(\text{кг}),$$

$$t''_{\text{cp}} = \frac{0,26+0,28+0,33}{3} = 0,29(\text{мин}).$$

Соответствующие точки наносятся на график: A (2,75; 0,24), B (1,5; 0,19), C (4; 0,29) — через них проводится прямая до пересечения с осью y . Далее проверяем, что полученную прямую можно считать требуемой. Для этого находим отклонения точек по обе стороны от построенной прямой:

$$\begin{array}{cccccc} (+0,01) & + & (0) & + & (-0,01) & + & (+0,01) & + & (-0,01) & + & (0) & = & 0. \\ 1 & & 2 & & 3 & & 4 & & 5 & & 6 & & \end{array}$$

На основании чего делается вывод, что прямая есть нормативная линия.

Далее находится формула. С этой целью вспоминается формула $y = ax + b$ и интерпретируется применительно к содержанию данной задачи. Получаем формулу $t = aQ + b$, где a – угловой коэффициент прямой, b – свободный член.

Аналогично получается формула для нахождения углового коэффициента к оси абсцисс:

$$tg \alpha = \frac{t'_{cp} - t'_{ch}}{Q''_{cp} - Q'_{cp}}$$

и вычисляется

$$tg \alpha = \frac{0,29 - 0,19}{4 - 1,5} = \frac{0,1}{2,5} = 0,4.$$

Поскольку масштаб по осям координат различен, то учитывается еще масштабность; на оси ординат отрезок в 20 мм выражает 0,1 мин, а на оси абсцисс – 1 кг массы детали. Значит, коэффициент учитывающий разность масштабов, будет равен:

$$k = 0,1/1 = 0,1.$$

Тогда угловой коэффициент будет равен: $a = 0,4 \cdot 0,1 = 0,04$.

Свободный член, как известно учащимся, равен длине отрезка, отсекаемого прямой на оси ординат. В данном случае он равен 0,13. Получаем расчетную формулу: $t = 0,04Q + 0,13$.

Затем ее интерпретируем с позиций области применения, констатируя, что она применима для определения времени установки детали любой массы в пределах, изученных в данном примере, от 0,5 до 5 кг. После чего делается окончательный вывод о виде формулы и ее назначении: для расчета времени на установку детали весом от 0,5 до 5 кг при выполнении слесарно-сборочных работ используется формула $t = 0,04Q + 0,13$, где (Q — масса детали в кг, t — время в минутах). После того как построена окончательная формула — модель, проводится изучение метода ее построения и строится описание метода.

Описание метода может осуществляться по-разному: по частям и в целом, в максимально развернутом виде и в свернутом, с применением математической символики и без нее. В итоге должно получиться доступное для использования алгоритмическое предписание, с помощью которого учащиеся решают еще один пример на построение формулы. После решения второго примера предписание уточняется, обобщается и записывается как алгоритм графоаналитического метода нахождения нормативной линии.

При изучении других графических моделей это предписание может быть обобщено с использованием только что изложенного способа

познавательной деятельности и рассматривается как описание обобщенного графоаналитического метода. Оно может быть, например, таким:

1. Постановка задачи вывода расчетной формулы.
2. Сбор эмпирических данных и подбор математических методов их обработки.
3. Построение графика и вывод расчетной формулы.
4. Проверка полученной формулы и выяснение условий ее применимости.
5. Характеристика построенной формулы (с позиций применимости).

Отметим, что приведенное описание метода соответствует общей структуре способа познавательной деятельности. Используя его в качестве основы, каждый пункт по мере необходимости преподаватель может развертывать. Это даст возможность организовать деятельность на разном уровне обобщенности и соответственно на разном уровне развития способов овладения математическим методом.

Таким образом, алгоритмические предписания должны стать средством, с помощью которого способ решения конкретной познавательной задачи преобразуется в сознании учащихся сначала в способ познавательной деятельности, а затем и в метод математического познания.

Опираясь на сформулированные выше требования, в соответствии с общей структурой модели познавательной деятельности можно предложить методическую схему построения алгоритмического предписания для изучения методов преобразования:

1. Постановка проблемы построения алгоритмического предписания для решения данного типа задач.
2. Решение конкретного примера.
3. Изучение состава и структуры решения примера и построение описания.
4. Выбор способа записи языка алгоритмического предписания. Изучение описания и проверка правильности посредством решения примера.
5. Запись алгоритмического предписания.

В качестве примера приведем фрагмент урока преподавателя ПТУ № 11 Ростова-на-Дону В. В. Роговой по теме «Иррациональные уравнения». Исходя из производственных потребностей ставится за-

дача построения алгоритмического предписания для решения иррациональных уравнений.

Решается уравнение:

$$4\sqrt{2x+3} = x-2$$

$$6-x = \sqrt{2x+3}$$

$$36-12x+x^2 = 2x+3$$

$$x^2 - 14x + 33 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{или} \quad x = 11.$$

Проверка:

$$4 - \sqrt{2 \cdot 3 + 3} = 3 - 2$$

$$4 - \sqrt{2 \cdot 11 + 3} = 11 - 2$$

$$4 - \sqrt{9} = 3 - 2$$

$$4 - \sqrt{25} = 11 - 2$$

$$4 - 3 = 1$$

$$4 - 5 = 9$$

$$1 = 1 \quad \text{истинно}$$

$$-1 = 9 \quad \text{ложно.}$$

Затем проводится выяснение структуры решения. Учащимся предлагается охарактеризовать каждую «строчку» — шаг деятельности в процессе решения уравнения. В качестве способа фиксации выбираем словесную запись. В результате появляется алгоритмическое предписание в виде:

1. Уединяем корень уравнения.
2. Возводим левую и правую части в степень корня.
3. Приводим уравнение к нормальному виду.
4. Решаем уравнение.
5. Делаем проверку.

В соответствии с приведенными требованиями в процессе усвоения метода форма алгоритмического предписания, постепенно меняется. Покажем это на примере изучения касательной к графику функции. Перед учащимися ставится цель охарактеризовать способ нахождения уравнения касательной к графику данной функции. Затем на основе анализа решенного примера строится алгоритмическое предписание, где каждый шаг представляется в наиболее развернутом виде:

1. Запись уравнения в общем виде: $f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$.
2. Нахождение значения $f(x_0)$ функции $f(x)$.
3. Нахождение производной $f'(x)$ функции $f(x)$.

4. Нахождение значения $fg(x_0)$ производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

5. Подстановка значений x_0 , $f(x_0)$, $f'(x_0)$ в уравнение касательной.

6. Приведение уравнения к стандартному виду, выполняя тождественные преобразования.

В случае отработки отдельных частей метода нахождения уравнения касательной можно построить алгоритмическое предписание, отдельные шаги которого будут представлены в более свернутой форме:

1. $f(x_0)$

2. $f'(x)$

3. $f'(x_0)$

4. Уравнение искомой касательной.

5. Стандартный вид уравнения.

В наиболее полном и обобщенном виде способ решения задач на составление уравнения касательной к графику функции выглядит следующим образом:

1. Запишите условие задачи.

2. Выпишите уравнение касательной.

3. Найдите значения неизвестных x_0 , $f(x_0)$, $f'(x_0)$. Подставьте значения неизвестных x_0 , $f(x_0)$, $f'(x_0)$ в уравнение. Приведите уравнение к стандартному виду.

4. Сделайте геометрическую иллюстрацию решения (постройте касательную), приведите соответствующие примеры из дисциплин профтехцикла и производственной дисциплин.

5. Запишите ответ задачи.

В таком виде он отражает структуру способа познавательной модели. После овладения этим алгоритмическим предписанием учащимися в качестве ориентировочной основы может использоваться стандартная запись уравнения касательной.

В случае затруднений при решении задач с использованием уравнения касательной воспроизводится алгоритмическое предписание в том или ином виде с учетом индивидуальных особенностей учащихся.

Мы рассмотрели вариант формирования знаний о математическом методе, когда учащимся известны его отдельные операции. Этот подход к формированию понятия о методе, как видно, достаточно длительный.

Иначе обстоит дело, когда у учащихся сформировано знание об аналогичном методе (частном или общем). В этом случае достаточно воспользоваться приемами аналогии, обобщения и моделирования, чтобы получить описание нового метода. Так, например, поступают при изучении неравенств, когда известны методы решения уравнений. При этом сначала на основе известного предписания решается уравнение, затем по аналогии решается неравенство и строится предписание для решения неравенств, т. е. деятельность строится по схеме (рис. 11 — сплошными стрелками показаны основные переходы, а пунктирными — вспомогательные).

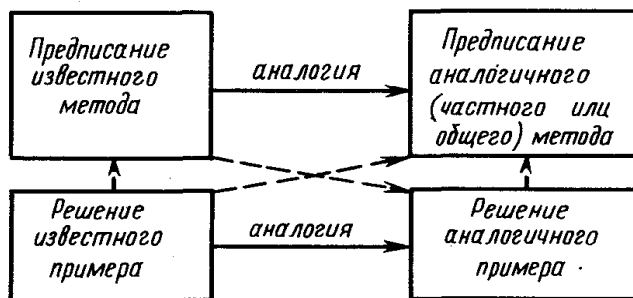


Рис. 11.

Например, с опорой на алгоритмическое предписание решения уравнения можно решать и неравенства. Это дает возможность формировать прием конкретизации. При решении иррациональных неравенств построенное ранее алгоритмическое предписание можно изменить следующим образом:

1. Уединяем корень неравенства.
2. Возводим левую и правую части в степень корня и приводим неравенство к нормальному виду.
3. Решаем неравенство.
4. Делаем проверку.

Сравнивая алгоритмические предписания, учащиеся выявляют общность в методах решения уравнений и аналогичного вида неравенств. В результате чего устанавливается связь между методами.

Математический метод может строиться и на основе совокупности дедуктивных умозаключений. Например, при сравнении выражений на основе теоретических знаний о показательной функции можно

воспользоваться следующим предписанием, явно указывающим, какими видами знаний необходимо воспользоваться:

1. Изучите условие задачи.
2. Воспользуйтесь правилами тождественных преобразований и приведите выражения к единому основанию.
3. Воспользуйтесь свойствами соответствующей показательной функции и запишите соотношение выражений в виде неравенства.
4. Воспользуйтесь результатом п. 2 и полученным неравенством и запишите в виде неравенства соотношение между исходными выражениями.
5. Запишите ответ задачи.

Пример:

1. Необходимо сравнить выражения: $\left(\frac{4}{5}\right)^{-4}$ и $\left(\frac{5}{4}\right)^5$.

2. $\left(\frac{4}{5}\right)^4 = \left(\left(\frac{5}{4}\right)^{-1}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{4}\right)^4$.

3. Поскольку соответствующая показательная функция $y = \left(\frac{5}{4}\right)^x$ возрастающая, то можно записать $\left(\frac{5}{4}\right)^5 > \left(\frac{4}{5}\right)^{-4}$.

4. Учитывая п. 2 и п. 3, можно записать $\left(\frac{4}{5}\right)^{-4} < \left(\frac{5}{4}\right)^5$.

5. Ответ: выражение $\left(\frac{4}{5}\right)^{-4}$ меньше, чем выражение $\left(\frac{5}{4}\right)^5$.

Решение данного примера осуществляется исключительно на теоретическом уровне с применением метапонятий.

Проблема обучения учащихся методом доказательств математических предложений является одной из старейших и в отдельных методических аспектах достаточно разработана. Изменение целей образования и развитие исследований в области психологии, дидактики и методики привели к тому, что эта проблема стала вновь актуальной. В соответствии с современными требованиями, предъявляемыми к учебному процессу, деятельность учащихся при работе над теоремой должна быть организована таким образом, чтобы она протекала на высоком уровне творческой активности и самостоятельности, доказательство теоремы было усвоено с первого предъявления, а полученные в результате знания носили действенный характер, обладая широкими возможностями переноса, включая применение на производстве.

Решение перечисленных задач возможно при наличии целостного подхода к работе над теоремой в условиях проблемно-развивающего обучения. Раскрытию такого рода методики и посвящен настоящий параграф. Целостный подход к работе над теоремой включает три основных этапа: 1) открытие теоремы; 2) доказательство теоремы; 3) применение теоремы. Организация проблемно-развивающего обучения предполагает построение способов познавательной деятельности. Каждому познавательному этапу соответствует способ познавательной деятельности, имеющий свои специфические особенности. Рассмотрим каждый из этих способов.

С учетом логики процесса познания способ познавательной деятельности, ориентированный на открытие теоремы, можно представить таким образом:

1. Постановка проблемы открытия теоремы.
2. Моделирование теоремы в рамках имеющихся знаний в условиях дисциплин профтехцикла и производственной деятельности.
3. Формулировка теоремы в условиях построенной модели.
4. Перевод формулировки теоремы на требуемый уровень абстракции и формализации, изучение структуры формулировки, определение ее вида.
5. Запись формулировки теоремы.

В качестве примера рассмотрим познавательную деятельность учащихся по открытию теоремы о признаке перпендикулярности прямой и плоскости. После формулировки определения (прямая и плоскость называются взаимноперпендикулярными, если прямая перпендикулярна каждой прямой, лежащей в плоскости) перед учащимися ставится проблемный вопрос: как проверить перпендикулярность данной прямой данной плоскости? Возникает проблемная ситуация третьего типа (противоречие между возможным путем решения задачи и практической неосуществимостью содержащегося в определении способа). Формулируется проблема: как сформулировать признак перпендикулярности прямой плоскости?

Математическая проблема еще не открывает путей решения проблемы. В таком виде она непосильна учащимся. Необходимо снизить уровень ее трудности. Для этого снизим уровень абстракции посредством переноса ее в условия производственной деятельности. Переформулируем сначала проблемную ситуацию, т. е. опишем ее соответствующим, более доступным языком: как определить (проверить)

перпендикулярность угла дома? Или в еще более доступной форме: как проверить вертикальность угла дома?

Учащиеся знают, что для этого достаточно сделать две проверки по двум «пересекающимся» направлениям. После выяснения этого уже не вызывает затруднений переход (в качестве дополнительного средства можно использовать стереометрические модели) к предварительной формулировке теоремы: чтобы проверить перпендикулярность угла дома его основанию, достаточно сделать две проверки по двум пересекающимся направлениям.

Далее происходит процесс абстрагирования. Подбирается соответствующая терминология (направления заменяются прямыми, основание — плоскостью), выясняется, что будет служить условием теоремы, а что — заключением, связь между условием и заключением, вид формулировки. После чего появляется формулировка теоремы: если прямая перпендикулярна каждой из двух пересекающихся прямых, лежащих в плоскости, то прямая и плоскость взаимноперпендикулярны. На этом первый этап работы над теоремой заканчивается. Далее идет работа, связанная с доказательством теоремы.

Центральным звеном, требующим особого внимания, здесь является усвоение доказательства.

Основным инструментом, позволяющим организовать обучение в соответствии с приведенными выше требованиями, служат определенного вида знаки. Поскольку речь идет о доказательстве, то эти знаки, с одной стороны, должны давать возможность фиксировать процесс доказательства, а с другой стороны, быть такими, чтобы с их помощью можно было предъявлять доказательства как в свернутом, так и в развернутом виде, как в конкретной, так и в обобщенной форме, и т. д.

Весьма удобным в этом плане оказались графовые схемы и алгоритмические предписания. Разумное сочетание этих двух видов знаков позволяет выполнять весь комплекс перечисленных выше требований и строить модели доказательств, обладающие указанными выше характеристиками.

За основу в процессе поиска доказательства может быть взята аналитико-синтетическая деятельность. Такого рода деятельность более всего способствует переносу знаний, формирует последовательные умения анализировать и синтезировать, позволяет осуществлять диалектическую взаимосвязь анализа и синтеза.

Все перечисленные выше условия успешного усвоения доказательства необходимо учесть при конструировании соответствующих способов познавательной деятельности. Способ познавательной деятельности, отвечающий этим требованиям, имеет вид:

1. Постановка проблемы доказательства теоремы.
2. Поиск способа доказательства.
3. Доказательство теоремы.
4. Формализация и изучение структуры доказательства, определение его вида.
5. Математическая запись доказательства.

Из приведенных выше требований следует, что каждый из этапов должен быть зафиксирован в знаковой форме и по возможности записан учащимися (ибо, по данным психологов, при записи усваивается максимальное количество информации — 90%). В традиционной практике обучения, как правило, фиксируется лишь заключительный этап — оформление доказательства, в силу чего затруднено целостное отражение в сознании учащегося всей системы познавательного процесса по доказательству теоремы (поскольку этапы находятся в неравных условиях по отношению к мышлению).

Проиллюстрируем структуру деятельности по доказательству теоремы на примере доказательства признака перпендикулярности прямой плоскости (рис. 12). Выше было показано, каким образом эта теорема может быть открыта. Для поиска доказательства теоремы целесообразно использовать анализ. Он здесь служит средством развертывания проблемы в цепь вопросов.

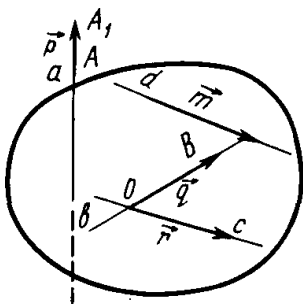


Рис. 12.

Прежде чем начать анализ, целесообразно исходную проблему переформулировать, выделяя, что «дано» и что «доказать», и сделать запись с использованием математической символики, например:

Дано: $a \perp b, \quad a \perp c.$

Доказать: $a \perp \alpha.$

Далее в развернутой форме проводится анализ доказательства, который схематически можно представить следующим образом:

$$\begin{array}{c} a \perp \alpha \\ \downarrow \\ a \perp d \in \alpha \\ \downarrow \\ \vec{p} \perp \vec{m} \\ \downarrow \\ \vec{m}\vec{p} = 0 \\ \downarrow \\ \end{array} \quad \begin{array}{c} (x\vec{q} + y\vec{r})\vec{p} = 0, \\ \downarrow \\ \vec{q}\vec{p} = 0 \\ \downarrow \\ \vec{p} \perp \vec{q} \\ \downarrow \\ a \perp b \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{где} \\ \downarrow \\ \vec{r}\vec{p} = 0 \\ \downarrow \\ \vec{p} \perp \vec{r} \\ \downarrow \\ a \perp c. \end{array} \quad \begin{array}{c} x\vec{q} + y\vec{r} = \vec{m} \end{array}$$

После анализа и построения схемы проводится синтез доказательства. Анализ и синтез осуществляются с использованием эвристической беседы, т. е. стандартным способом. Затем в процессе выяснения структуры синтетической деятельности обнаруживается, что доказательство сводится к доказательству совокупности следующих предложений:

1. Прямая a перпендикулярна прямым b и c , лежащим в плоскости α .
2. Вектор p , лежащий на прямой a , перпендикулярен векторам \vec{q} и \vec{r} , лежащим соответственно на прямых b и c .
3. Скалярные произведения вектора \vec{p} соответственно на векторы \vec{q} и \vec{r} равны нулю.
4. Произведение разложения произвольного вектора \vec{m} плоскости α по векторам \vec{q} и \vec{r} на вектор \vec{p} равно нулю.
5. Произведение произвольного вектора \vec{m} плоскости α на вектор \vec{p} равно нулю.

6. Вектор \vec{p} , лежащий на прямой a , перпендикулярен вектору \vec{m} , лежащему на прямой d , лежащей в плоскости α .

7. Прямая a перпендикулярна произвольно выбранной прямой d , лежащей в плоскости α .

8. Прямая a перпендикулярна плоскости α .

Доказательство этих предложений необходимо проводить в определенном порядке – они образуют определенную структуру. Схематически эту структуру можно представить следующим образом: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8$.

Эта схема отражает структуру доказательства теоремы. Если учесть характер связей между предложениями, то, используя соответствующие обозначения, схему можно преобразовать в дугую:

$$1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 6 \Rightarrow 7 \Rightarrow 8$$

Подставляя вместо цифр обозначения, принятые в схеме анализа, получим математическую запись доказательства.

Далее идет этап применения теоремы. В процессе применения теоремы способ познавательной деятельности имеет вид:

1. Постановка практической (общетехнической или производственной) проблемы.

2. Обращение к известной теореме.

3. Решение практической (общетехнической или производственной) проблемы на основе (или в условиях) доказанной ранее теоремы.

4. Осмысление решения практической (общетехнической или производственной) проблемы на уровне результата (или на уровне процесса познавательной деятельности).

5. Вывод относительно поставленной практической (общетехнической или производственной) проблемы.

В соответствии с данной структурой строится деятельность по решению прикладных задач. Приведем примеры задач из ныне действующего учебного пособия, решение которых целесообразно осуществить именно таким образом.

1. На практике вертикальность установки столба проверяют глядя на столб поочередно в двух направлениях. Как обосновать правильность этой проверки?

2. При ремонте сверлильного станка слесарь должен с помощью угольника выверить перпендикулярность оси сверла плоскости стола, на котором крепится деталь. Как это сделать?

Первая задача дает возможность снова воспроизвести способ познавательной деятельности, обобщая и выделяя основные этапы, и таким образом осмыслить применяемый способ познавательной деятельности.

Вторая задача предполагает планирование практической деятельности на основе полученного результата, т. е. применение доказанной теоремы в производственных условиях.

Опираясь на рассмотренную структуру деятельности, можно сформулировать основные требования к знаниям учащихся о математическом методе (теореме):

- 1) знание предметно-деятельностной (общетехнической или производственной) ситуации, лежащей в основе метода (теоремы);
- 2) словесная формулировка метода (теоремы);
- 3) геометрический смысл метода (теоремы);
- 4) название метода (теоремы);
- 5) структура и вид формулировки метода (теоремы);
- 6) символическая запись метода (теоремы);
- 7) словесное описание метода (доказательство теоремы);
- 8) структура и вид (способ) метода (доказательства);
- 9) символическая (математическая) запись метода (доказательства теоремы);
- 10) область применения метода (теоремы);
- 11) аналоги по способу реализации данного метода (теоремы);
- 12) структура деятельности на каждом этапе работы над методом (теоремой);
- 13) общая структура деятельности при изучении метода (теоремы).

§ 4. Способы познавательной деятельности при решении задач

На основе рассмотренной в гл. 1 структуры учебного познания можно дать ряд классификаций задач. Все задачи легко разбиваются на два типа: познавательные задачи и задачи, не являющиеся познавательными. К классу познавательных относится задача, если ее результатом является новая, ранее не встречавшаяся математическая модель, новая теорема. Если же речь идет не более чем об иной записи уже известной модели, например, о другой форме записи извест-

ной формулы, уравнения и т. п., то в этом случае нельзя говорить о познавательной задаче.

В свою очередь совокупность познавательных задач можно подразделить на два вида: познавательные задачи эмпирического характера и познавательные задачи теоретического характера. К первому виду относятся задачи на построение моделей с использованием эмпирических приемов и способов познавательной деятельности. Примерами служат задачи на выявление свойств понятий (посредством простого обобщения), на построение геометрических моделей, графиков на основе эмпирически полученных данных и т. п.

Ко второму виду относятся задачи на построение моделей с использованием математических методов. Примерами являются задачи на вывод новых формул, построение определений, теорем и т. п.

Взяв за основу классификации изучаемый объект, каждый из выделенных видов задач можно разбить на классы задач математического характера, или, как часто говорят, с математическим содержанием. По числу изучаемых объектов можно выделить пять классов задач: производственные задачи на изучение средствами математики производственных объектов, технологические задачи, технические, естественнонаучные (физические и химические, например расчетные) и собственно математические задачи на изучение математических объектов.

Полноценная с точки зрения учебного познания работа над познавательной задачей может быть построена только на основе полного цикла познания и с использованием эмпирических и теоретических приемов и способов познавательной деятельности учащихся.

В качестве примера рассмотрим способ деятельности по решению задач выделенных пяти типов.

Основным математическим аппаратом, позволяющим описывать естественнонаучные, технические, технологические и производственные процессы в условиях проблемных ситуаций, являются математические модели. Использование математических моделей в условиях постановки и разрешения проблем требует от учащихся целого ряда умений. В этой связи в процессе обучения возникает целый ряд взаимосвязанных друг с другом проблем, требующих внимания на протяжении всего процесса обучения математике. Исходя из целостной структуры учебного познания, можно выявить такие проблемы:

1. Проблема изучения производственной, технологической, технической, естественнонаучной ситуаций:

а) проблема выявления числовых параметров, математических форм и отношений;

б) проблема выявления математических закономерностей;

в) проблема формализации эмпирических данных.

2. Проблема моделирования математических ситуаций.

3. Проблема выбора метода решения.

4. Проблема математического обоснования результата.

5. Проблема интерпретации результата решения (естественнонаучной, технической, технологической или производственной).

6. Проблема экспериментальной проверки полученных результатов решения.

7. Проблема моделирования естественнонаучной, производственной, технической или технологической ситуации.

8. Проблема выяснения состава и структуры производственной или технической ситуации.

9. Проблема планирования естественнонаучной, технической, технологической или производственной деятельности в условиях естественнонаучной, технической, технологической или производственной ситуации.

Каковы же пути решения этих проблем в процессе обучения? Нетрудно увидеть, что все они требуют от учащихся владения определенными умениями. Поэтому учителю важно знать пути формирования умений, образующих перечисленный круг проблем. Останемся на некоторых способах формирования таких умений.

Точность математических прогнозов вообще и применительно к производству в частности определяется тем, насколько адекватно математическая модель отражает те условия, которые она исследует. С целью облегчения выделения математической сущности производственных процессов целесообразно использовать знания учащихся по специальным, общетехническим и естественным наукам.

При использовании готовых моделей естественных, технических и специальных предметов в качестве средства применения математики в общетехнических дисциплинах и производстве основными являются умения:

1) классифицировать величины (постоянные и переменные);

2) выделять среди переменных зависимые и независимые (аргумент и функцию);

3) переводить язык естественнонаучных, общетехнических и производственных обозначений на язык, принятый в математике (на-

пример, в физических формулах видеть выражения математических закономерностей);

4) формулировать математическую проблему (задачу);

5) решать математические проблемы;

6) проверять средствами естественных, общетехнических наук полученный математический результат;

7) давать практическую (производственно-деятельностную) интерпретацию полученному математическому результату;

8) планировать предстоящую деятельность;

9) действовать в соответствии с математическими, естественнонаучными и техническими условиями, полученными в результате решения задачи.

Опираясь на общую структуру способа познавательной деятельности, можно указать обобщенные алгоритмы, ориентированные на формирование выделенных умений в рамках целостной упорядоченной системы учебных заведений. Проиллюстрируем сказанное примером.

Мощным и, пожалуй, основным в плане приложений математическим средством курса алгебры является производная. Применение Производной к изучению физических и других закономерностей позволяет выбирать наиболее рациональные режимы работы производственного оборудования. Поэтому при изучении темы «Производная и ее применение» курса «Алгебра и начала анализа» перед учащимися училищ машиностроительного профиля можно поставить проблемный вопрос: какой величины надо выбрать сопротивление нагрузки, чтобы от источника тока, имеющего э.д.с. E и внутреннее сопротивление r , получить максимально полезную мощность, если известно, что она определяется по формуле $P = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}$? Для разрешения

этой проблемной ситуации формулируем задачу: определить, при каком сопротивлении нагрузки R источник тока, имеющий э.д.с. E и внутреннее сопротивление r , будет давать номинальную полезную мощность.

Для решения этой задачи:

1) выбирается физическая функциональная модель $P = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}$;

2) выделяются постоянные величины E , r и переменные R и P ;

3) выделяется независимая переменная величина R и зависимая P функции, заданной формулой $P = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}$;

4) устанавливается, что значения R можно считать значениями аргумента, а значения P – значениями функции, выраженной формулой $P = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}$, т. е. заданная формула есть математическая модель (можно пояснить, что здесь вместо обозначения x мы используем R , а вместо y – обозначение P);

5) ставится математическая проблема: определить, при каком значении аргумента R функции $P(R)$ имеем максимум;

6) применяется метод нахождения экстремального значения функции с помощью производной для данной функции

$$\begin{aligned} P &= \frac{E^2 R}{(R+r)^2}; \\ P_R &= \frac{E^2 R'(R+r)^2 - (R+r)^2 R}{(R+r)^4} = \\ &= \frac{E^2 [(R+r)^2 - 2(R+r)R]}{(R+r)^4} = \\ &= \frac{E^2 (r^2 - R^2)}{(R+r)^4} = \frac{E^2 (r-R)}{(R+r)^3}; \\ \frac{E^2 (r-R)}{(R+r)^3} &= 0 \Leftrightarrow R = r; \end{aligned}$$

7) выясняется, что полученный результат $R = r$ с точки зрения физики вообще и с точки зрения условий данной задачи правомерен (можно подобрать сопротивление нагрузки R , равное внутреннему сопротивлению данного проводника);

8) из полученного математического результата делается вывод о том, что для получения максимально полезной мощности данного источника тока необходимо подобрать такую нагрузку, чтобы ее сопротивление равнялось внутреннему сопротивлению источника тока;

9) делается вывод, что для получения максимальной полезной мощности от источника тока, имеющего э.д.с. E и внутреннее сопротивление r , необходимо подобрать технический прибор, позволяющий установить в цепи с данным источником тока сопротивление.

Для обработки такого рода умений учащимся целесообразно предложить обобщенное алгоритмическое предписание:

1. Изучение имеющейся производственной или технической ситуации (с целью выявления физических и математических характеристик).

2. Формулировка физической задачи.

3. Подбор физической модели (формулы, установки и т. п.).

4. Построение математической модели на основе физической (или перевод физической модели на математический язык) и постановка математической проблемы — задачи:

а) выявление числовых параметров;

б) выявление математических закономерностей;

в) введение математического языка.

5. Решение математической задачи.

6. Физическая проверка правильности полученного математического решения (в данной задаче этап физической интерпретации математического решения мы опускаем, как не вызывающий затруднений).

7. Производственная интерпретация полученного результата.

8. Планирование деятельности по решению производственной проблемы на основе полученного результата.

9. Осуществление планируемой деятельности.

Приведенное алгоритмическое предписание применимо и в том случае, когда в рамках физики нет готовой математической модели в виде формулы, а также в случае использования вместо физики материала общетехнических или специальных дисциплин.

В рассмотренном примере основное внимание было обращено на построение математической модели в процессе постановки математической проблемы. В этом случае формируются умения, связанные с построением математической модели (решаются первые два вида из выделенных выше проблем) и через их посредство — такие логические умения, как анализ, сравнение, обобщение, абстрагирование, формализация эмпирических знаний, получаемых учащимися в процессе производственной деятельности, производственных и общетехнических дисциплин.

Другой цикл умений связан с поиском путей решения проблем, сформулированных на математическом языке, а также с интерпретацией и практической оценкой полученных результатов решения. При формировании такого рода умений целесообразно как можно

шире использовать знания учащихся о профессии и опираться при этом на логику решения учебных проблем.

Знания по общетехническим, специальным дисциплинам и непосредственно из производства могут служить средством выдвижения гипотез — материалом, облегчающим поиск способа разрешения проблемы или прогнозирования возможного математического результата, как это было показано в предыдущем параграфе на примере признака перпендикулярности прямой плоскости.

После того как учащиеся овладеют отдельными умениями и научатся пользоваться развернутыми алгоритмическими предписаниями, целесообразно предложить им обобщенный алгоритм решения проблем производственного характера, являющийся свернутой формой приведенного выше предписания:

1. Поставьте производственную проблему.
2. Постройте математическую модель.
3. Решите задачу в рамках построенной математической модели.
4. Дайте производственную (техническую, технологическую) интерпретацию и проверьте результат решения.
5. Оформите результат решения производственной проблемы.

Это предписание в точности повторяет описание синтетического способа познавательной деятельности и максимально приближено к логике решения научной проблемы.

Рассмотренную выше задачу можно отнести к производственной. По этой же схеме решаются естественнонаучные, технические, технологические задачи.

Примером технической задачи является следующая электротехническая задача.

1. Задача. Какой длины необходимо взять проволоку для обмотки паяльника, если удельное сопротивление ее $\rho = 1 \text{ Ом мм}^2/\text{м}$, а диаметр 2 мм.

2. Из курса физики известно, что сопротивление проводника находится по формуле $r = \rho(l/S)$, где l — длина проводника, S — сечение, ρ — удельное сопротивление.

Из курса математики известно, что площадь круга, а значит, и сечение проводника можно найти по формуле $S = \frac{\pi d^2}{4}$.

Выводим расчетную формулу (теоретическую модель технических знаний математического характера): $l = \frac{r\pi d^2}{4\rho}$.

3. Подставляем данные и проводим вычисления:

$$l = \frac{10 \text{ Ом} \cdot 3,14 \cdot 4 \text{ мм}^2}{10 \text{ мм}^2 / \text{м} \cdot 4} = 31,4 \text{ м.}$$

4. Проверку можно осуществить повторным вычислением. Интерпретация включает выяснение того, что величина 31,4 м есть длина проволоки при заданных ее параметрах.

5. Ответ. Необходимая длина проволоки для обмотки паяльника с удельным сопротивлением $\rho = 1 \text{ Ом мм}^2/\text{м}$ и диаметром 2 мм равна 31,4 м.

Примером задачи технологического характера может служить задача по определению длины выступа конкретной заклепки для конкретной детали, встречающаяся при изучении учащимися слесарного дела. В основе этих задач лежат задачи на построение теоретических моделей технологических знаний математического характера.

1. Задача. Вывести расчетную формулу для определения длины выступа цилиндрической заклепки над закрепляемой деталью.

2. Выясняем:

а) из технологических соображений (скрепление детали будет наиболее плотным и заклепка не будет гнуться), что оптимальным будет размер, при котором объем цилиндрического выступа заклепки будет совпадать с объемом заклепки;

б) из геометрии, что $V_{\text{ш}} = \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)h$; $V_{\text{сегм}} = \pi H^2(r - H/3)$. При этом принимаем: D – диаметр заклепки, h – длина ее выступа, H – высота сегмента заклепки, r – радиус шара, определяемого сегментами заклепки. Тогда полученные формулы есть, соответственно, формулы объемов выступа и головки заклепки.

3. Строим теоретическую модель технологических знаний математического характера.

$$\begin{aligned} \frac{\pi D^2}{4} h &= \pi H^2 (r - H/3), \\ h &= \frac{4H^2 (r - H/3)}{D^2} \end{aligned}$$

4. В процессе интерпретации выясняется значение каждой величины и алгоритм вычислений.

5. Ответ. Расчетная формула для нахождения длины выступа цилиндрической заклепки имеет вид: $H = 4 H^2(r - H/3)/D^2$.

Если данная задача будет расширена до конкретных числовых значений, то она станет технологической.

Глава 4

СОСТАВ, СТРУКТУРА И ЗАКОНОМЕРНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ

В предыдущей главе на основе анализа способов деятельности удалось выявить системы знаний и умений, которые должны быть сформированы у учащихся. Однако их формирование и овладение соответствующими способами деятельности возможно только в том случае, если внешняя предметно-практическая деятельность будет протекать в условиях определенным образом организованной методической системы. А функционирование и развитие этой системы, организованное в соответствии с принципами организации познавательной деятельности, станет эффективным средством управления деятельностью.

Поэтому настоящая глава посвящена рассмотрению состава, структуры и закономерностей функционирования и развития как в целом методической системы, так и отдельных ее компонентов.

Содержание методической системы как внешней материализованной системы деятельности можно выяснить посредством анализа системы познавательной деятельности, т. е. исключительно методом восхождения от абстрактного к конкретному. Но поскольку в педагогике построение систем управления деятельностью изучалось многими исследователями, то начнем с обзора имеющихся работ.

§ 1. Методическая структура учебного процесса

Эффективное управление деятельностью в условиях методической системы возможно только в том случае, если она функционирует как единое целое.

Для построения методики развивающего обучения с позиций целостного подхода важную роль играет понятие учебного процесса. Именно оно и должно явиться исходным пунктом интеграции данных, полученных на разных уровнях исследования в разных педагогических дисциплинах.

В истории педагогики существует несколько различных определений и вариантов понимания процесса обучения. Некоторые из них отражают взаимодействие ученика и содержания, другие — учителя и ученика. На сегодняшний день общепризнанным и, на наш

взгляд, наиболее удачным с точки зрения методики является определение второго вида. В самом деле, производя обзор материалов Всесоюзной конференции «Совершенствование методов обучения в современной советской школе» (24–27 января 1978 г., Ленинград), А. Н. Алексюк отмечает, что «несомненным достижением педагогики обзорного периода является значительное продвижение вперед в развитии дидактических категорий «преподавание» и «учение» как подсистем обучения и образования в их разнообразнейших связях с понятиями активности и самостоятельности, учебной и познавательной деятельности, самообразования и непрерывного образования и др.»⁹⁸ Н. А. Менчинская, в частности, в своем докладе подчеркивает, что «бесспорным является положение о единстве методов обучения и учения, о том, что деятельность учителя и ученика представляет собой две стороны единой деятельности. Однако единство не означает он тождества»⁹⁹.

В соответствии с таким пониманием процесс обучения в дидактике определяется как процесс последовательных и взаимосвязанных действий учителя и ученика.

Говоря о построении управляемого (как наиболее перспективного) процесса обучения, Н. В. Метельский явно указывает на взаимную связь двух звеньев как равноправных участников процесса. Иными словами, здесь речь идет о системе вида:

ученик ↔ информация ↔ учитель

Если в середине поставить слово «информация», то она различна в потоках, идущих в разных направлениях. Поэтому, чтобы объединить эти два вида информации, можно слово «информация» заменить словом «содержание». Получим схему:

ученик ↔ содержание ↔ учитель

При этом следует заметить, что содержание включает и операционную сторону познавательной деятельности (способы оперирования содержанием, представленные в явном виде).

⁹⁸ Проблемы методов обучения в общеобразовательной школе М 1979 Вып. 7(17). С. 12.

⁹⁹ Общедидактические проблемы методов обучения: Тезисы к Всесоюзной конференции. М., 1977. С. 45.

Процесс обучения и его закономерности, как справедливо замечает И. Я. Лернер, — один «из сложнейших вопросов дидактики. Достаточно сказать, что закономерности обучения еще не нашли, по общему признанию, сколько-нибудь удовлетворительного изложения в педагогике»¹⁰⁰.

И. Я. Лернер делает попытку показать структуру процесса обучения, охарактеризовать его закономерности и раскрыть логику. Остановимся на некоторых исходных положениях цитируемой работы.

«Обучение представляет собой социальную функцию по передаче и усвоению накопленного социального опыта, по превращению общественного опыта в достояние индивида»¹⁰¹. Таков социальный аспект обучения.

«Обучение — акт взаимодействия учителя и ученика с целью усвоения последним некоторого отрезка содержания социального опыта»¹⁰².

Нетрудно увидеть, что определения обучения и процесса обучения даны в соответствии с первым определением обучения как социального заказа. И только. Однако в этом определении отражена лишь объективная, общественно-историческая сторона обучения, выражающаяся в потребности общества. Наряду с объективной существует еще и субъективная сторона обучения. Ученик не просто усваивает знания, которые ему сообщают, что соответствует традиционному пониманию процесса обучения, но если организуется развивающее, проблемное обучение, то ученик приобретает знания в процессе собственной деятельности. И роль учителя тогда сводится не к передаче, а к организации процесса приобретения и более всего к организации содержания таким образом, чтобы ученик постепенно его открывал самостоятельно.

Поэтому, на наш взгляд, обучение — это акт взаимодействия учителя и ученика с целью приобретения последним некоторого отрезка содержания социального опыта. Задача учителя здесь состоит не в передаче этого опыта, а в том, чтобы сократить во времени процесс овладения опытом учеником (самостоятельно), опираясь, например, на образцы, данные учителем посредством проблемного изложения.

В соответствии с приведенным пониманием процесса обучения И. Я. Лернер определяет преподавание и учение. Он пишет: «...мы опре-

¹⁰⁰ Лернер И. Я. Процесс обучения и его закономерности. М., 1980. С. 3.

¹⁰¹ Там же. С. 6.

¹⁰² Там же. С. 8.

деляем преподавание как деятельность по организации усвоения содержания образования и руководству этим усвоением. Учением мы называем деятельность ученика по организации условий, обеспечивающих усвоение им содержания образования»¹⁰³.

Если учесть, что опыт творческой деятельности в настоящее время еще не нашел должного отражения в содержании обучения, то приведенное понимание преподавания и учения не отражает сущности развивающего обучения. Учитель не может организовать усвоение. Он в состоянии хорошо или плохо организовать содержание и в соответствии с этим уже ученик как субъект будет его усваивать (или не усваивать) или открывать для себя как нечто новое.

Тогда преподавание есть деятельность учителя по организации содержания (с целью «открытия» его учеником с помощью определенных средств), а учение есть деятельность ученика по организации содержания также с целью «открытия» его.

Таким образом, цели учителя и ученика совпадают, как это и общепризнано в дидактике, когда рассмотрение идет на уровне процесса обучения. Расхождение их наблюдается на уровне учебного процесса в части отношения к содержанию. Заметим, что в принципе возможно с точки зрения социальной рассматривать процесс обучения и так, как его трактует И. Я. Лернер, но тогда его конкретизация — учебный процесс должен трактоваться в условиях организации развивающего обучения в подобном предлагаемом нами русле. Все сказанное относится к учебному процессу и является не заменой положений И. Я. Лернера, а конкретизацией на уровне учебного процесса. При дидактическом рассмотрении обучения важно овладение оборудованием, воспитание и т. п. В нашем случае существенно только то, что может быть реализовано через содержание, остальное управление идет непосредственно (учитель — ученик), как это изображено у Лернера¹⁰⁴.

«Главными элементами обучения является деятельность, без которой нет обучения, деятельность учения и содержание образования. Взаимодействие между ними и составляет обучение»¹⁰⁵. Схематически связь между ними И. Я. Лернер изображает следующим образом (рис. 13).

¹⁰³ Лернер И. Я. Процесс обучения и его закономерности. М., 1980. С. 11.

¹⁰⁴ См.: Лернер И. Я. Процесс обучения и его закономерности. С. 9–11.

¹⁰⁵ Там же. С. 12.

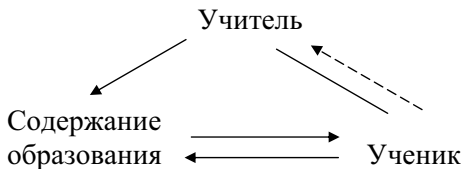


Рис. 13.

На уровне учебного процесса содержание образования заменяется содержанием обучения и тогда схема примет иной вид. Остальные связи здесь не нужны, так как им отводится контролирующая и даже не управленческая функция. С целью управления учителя интересуют прежде всего полученные учеником результаты содержания и способы деятельности ученика с содержанием. Поэтому важной является связь от ученика к учителю через содержание, организованное (полученное) учеником, т. е. фактически иное, чем ему сообщал учитель. Такова суть взаимодействия ученика и учителя. Схема примет вид: учитель ↔ содержание ↔ ученик.

Говоря о структуре научного обоснования, В. В. Краевский выделяет несколько уровней рассмотрения процесса обучения. На уровне дидактики обучение представляется как единство преподавания и учения в деятельности по передаче содержания образования. На уровне методики обучение — это совокупность форм реализации деятельности преподавания и учения на материале конкретного предмета»¹⁰⁶.

Рассмотренное выше понимание процесса обучения И. Я. Лернером относится к уровню дидактики и, как видно из анализа, не может удовлетворить запросов методики, предполагающей конструирование проекта и затем курса обучения. Следует согласиться с В. В. Краевским в том, что «социальный уровень — исходный для научного анализа явлений обучения»¹⁰⁷. Но при этом необходимо добавить: когда процесс обучения рассматривается в единстве онтологической и гносеологической сторон и когда рассмотрение начинается с отбора содержания как выполнения функций социального заказа.

Нас же пока интересует онтологическая сторона. Поэтому мы ограничимся пониманием процесса обучения на уровне методики. На

¹⁰⁶ См.: Краевский В. В. Проблемы научного обоснования обучения. М., 1977. С. 52.

¹⁰⁷ Там же. С. 57.

уровне методики естественно считать, что взаимодействие учителя и ученика происходит посредством содержания обучения конкретному предмету с уже отобраннным материалом. Тогда, учитывая сказанное, коротко процесс обучения на уроке методики можно определить следующим образом. Процесс обучения есть опосредованный и социально направленный процесс взаимодействия учителя и ученика посредством содержания.

Опосредованно осуществляется той средой обучения, в которой оно протекает. Если считать, что социальная направленность определяется целями воспитания, то структурно определяемое здесь понятие можно пояснить следующим образом (рис. 14).



Рис. 14.

На рисунке учитывается та часть целей, которая может быть реализована через содержание предмета обучения.

Н. В. Метельский отмечает: «Давно известны и остаются актуальными следующие две структурно-содержательные характеристики процесса обучения: старая истина о том, что этот процесс двусторонний и состоит из преподавания и учения, и более новое положение о том, что учение не может быть только или преимущественно пассивным, сводящимся в основном к восприятию и закреплению в памяти готовой информации. Оставаться на этом уровне анализа процесса обучения уже нельзя, нужно идти дальше. Однако именно здесь кончается взаимопонимание педагогов-теоретиков и начинается движение по расходящимся направлениям»¹⁰⁸.

¹⁰⁸ Метельский Н. В. Психолого-педагогические основы дидактики математики. Минск, 1977. С. 148.

Н. В. Метельский формулирует требования, которым, по его мнению, должны удовлетворять современная дидактическая система и ее реализация.

1. Методы преподавания должны подбираться для каждого урока с расчетом на оптимальную активизацию учения школьников, особенно их продуктивного мышления, при познании и усвоении материала темы на уроке.

Данное положение, как показывает проведенное исследование, отражает главную идею современной дидактики. Из него следуют другие требования.

2. Оптимальная активность школьников в процессе учебного познания и усвоения обеспечивается различными формами самостоятельной работы учащихся и эффективным управлением этой работой со стороны учителя. Этими требованиями и определяются основные современные методы обучения.

3. Сообщение учащемуся знаний в готовом виде целесообразно лишь тогда, когда для данного учебного материала ни один из разработанных в дидактике методов активной познавательной работы учащихся под руководством учителя не является оптимальным. Практически это будет выражаться в сообщении отдельных частей темы урока (например, в виде информационных кадров обучающей программы) главным образом в связи с подготовкой и организацией какой-то формы самостоятельной работы учащихся. Сообщение материала всей темы урока будет явлением редким и обычно будет связано с объяснением или проблемным изложением.

4. Самостоятельная работа учащихся на уроке должна носить как тренировочный (при овладении объективными и учебными алгоритмами, приемами логического, научного мышления), так и творческий, эвристический характер. Все более широкое распространение должно получать полное раскрытие темы урока в результате решения учебных проблем в основном самими учащимися, а также проведение системы уроков методами программированного обучения. Но в ближайшие годы еще большое место на уроках будут занимать обычные самостоятельные работы учащихся, особенно при применении и закреплении новых знаний, выработке навыков. Специфика некоторых учебных дисциплин, ограничивающая возможности применения методов самостоятельной творческой работы учащихся, потребует широкого включения этих методов, в частности метода проблемного из-

ложения, в систему сообщающе-объяснительного преподавания, т. е. дальнейшей модернизации традиционного обучения.

5. Конкретизированные перечисленные общедидактические положения в различных учебных дисциплинах будут существенно различаться и смогут воплотиться в практику массовой школы лишь после того, как методисты дадут учителям конкретные практические рекомендации и примерные разработки.

Применяя эти общие положения к процессу обучения математике, необходимо учитывать прежде всего ту особенность школьного курса математики, что он состоит из двух примерно равных составных частей: теоретической и практической (задачи), имеющих свою психолого-дидактическую специфику и требующих отдельного решения вопроса об оптимальных методах обучения.

Методы обучения выбираются с учетом характера изучаемого материала. Теоретический материал по математике по его целевому назначению можно подразделить в общем плане следующим образом: введение важного нового понятия; обнаружение нового свойства; вывод правила или формулы; доказательство теоремы; установление связей между элементами математической информации и их систематизация. Задачный материал можно подразделить так: тренировочные алгоритмические упражнения, рассчитанные в основном на закрепление знаний и выработку умений и навыков; нестандартные задачи, требующие самостоятельного творческого применения теоретической информации и логических форм продуктивного мышления; эвристические задачи, требующие изобретения новых методов их решения и эффективно развивающие эвристическое мышление и математические способности учащихся¹⁰⁹.

Однако, высказывая полезные требования, Н. В. Метельский не указывает путей их решения, говорит, что надо получить, но как получить, не ясно.

«Закономерности обучения можно подразделить на два вида:

а) присущие процессу обучения по его сущности, неизбежно проявляющиеся, как только он возникает в какой-либо форме; иными словами, это законы, присущие всякому обучению, где бы и когда бы оно ни возникало;

б) закономерности, проявляющиеся в зависимости от характера деятельности обучающего и обучающихся и средств, следовательно,

¹⁰⁹ См.: Метельский Н. В. Психолого-педагогические основы дидактики математики. С. 148–149.

в зависимости от вида содержания образования и метода, которым они пользуются. Эти закономерности проявляются не при всяком обучении; их проявление во многом зависит от преподавателя, от того, сознает ли он всю полноту целей обучения и применяет ли отвечающие каждой цели методы и средства.

Вторая группа закономерностей обусловлена тем, что педагогический процесс связан с целенаправленной и осознанной деятельностью двух взаимосвязанных субъектов — учителя и ученика — и с разнообразием целей обучения»¹¹⁰.

Если рассматривать обучение на уровне учебного процесса, то закономерности первой группы можно расценивать как внешние, определяющие структуру и закономерности учебного процесса как целого. Закономерности второго вида на этом уровне имеет смысл рассматривать как внутренние (субъективные с точки зрения учебного процесса).

Однако закономерности второго вида носят общедидактический, целостный характер, они не соотносены со структурой учебного процесса, точнее — такие закономерности не приводятся. Указаны лишь те, которые характеризуют обучение с учетом реального его протекания, но как целого, нерасчлененного на элементы. А расчленение в соответствии с элементами учебного процесса закономерностей чрезвычайно важно для характеристики его протекания.

С точки зрения целостной характеристики построения развивающего обучения для умственного развития важную мысль высказал И. Я. Лернер в плане построения в рамках учебного процесса структур творческой деятельности.

Представляет интерес сопоставление структур творческой деятельности с актами обучения и рассмотрение их с точки зрения логики учебного процесса при построении развивающего обучения¹¹¹.

С точки зрения процессуальной И. Я. Лернер дает следующее определение: «Процесс обучения можно определить как происходящую по объективным законам смену актов обучения, в ходе которой изменяются деятельность учителя и учащихся, а также свойства учащихся в результате их деятельности»¹¹².

¹¹⁰ См.: Метельский Н. В. Психолого-педагогические основы дидактики математики. С. 61.

¹¹¹ См.: Лернер И. Я. Процесс обучения и его закономерности. С. 82–91.

¹¹² Там же. С. 9.

Выделенные элементы обучения предусматривают, как отмечает И. Я. Лернер, и другие элементы, в частности средства обучения.

«Между целью обучения, содержанием образования и методами обучения существуют постоянные зависимости: цель определяет содержание и методы, методы и содержание обуславливают степень достижения цели»¹¹³.

Итак, суммируя все вышесказанное, можно прийти к выводам:

1. Учебный процесс на уровне методики целесообразно понимать как опосредованный, социально направленный процесс взаимодействия учителя и ученика посредством содержания обучения конкретному предмету (уже выделенному в соответствии с социальным заказом).

2. Учебный процесс на уровне требований к нему, его онтологическая сторона определяются объективными закономерностями, психологической стороной и содержанием обучения (такие закономерности сформулированы выше).

3. Учебный процесс необходимо рассматривать как смену актов, в каждом из которых принимают участие все структурные элементы учебного процесса. Эти акты можно считать своего рода синтезом структурных элементов, единицей учебного процесса, в которой проявляются все закономерности, присущие целостному учебному процессу.

Однако внутренняя структура акта, его предметно-деятельностная основа до сих пор остаются невыясненными. В условиях разрабатываемой нами концепции содержательную и процессуальную основы такого акта образует способ познавательной деятельности. Поэтому важно раскрыть не только сущность и структуру способа, как это сделано в предыдущих главах, но и внутреннее содержание и закономерности его изменения. В конечном же итоге важность этого объясняется тем, что содержание способа (не тождественное содержанию научного знания), образуя материальную основу клеточки, определяет ее функциональную составляющую и указывает конкретные материализованные средства управления как отдельными актами, так и их целостными системами.

¹¹³ Лернер И. Я. Процесс обучения и его закономерности. С. 63.

§ 2. Состав, структура и закономерности развития методической системы как целостности

В предыдущем параграфе было определено понятие учебного процесса на уровне методики и сформулированы основные его закономерности. Однако эти закономерности имеют самый общий характер и описывают процесс обучения как единое целое. Поэтому руководствоваться только ими при построении конкретной методики обучения довольно трудно, необходимо более детальное изучение целостного процесса обучения. К решению этой задачи имеет смысл подойти с позиций системного подхода. Действительно, В. В. Краевский убедительно показывает¹¹⁴, что одним из критериев научности педагогической теории, обосновывающей процесс обучения, является признак системности. Еще раньше идея системно-структурного подхода к анализу педагогических явлений была выдвинута М. А. Даниловым.

В последнее десятилетие в педагогических работах, в частности по дидактике, системный подход получает все более широкое распространение и дает ощутимые результаты. Поскольку частная дидактика относится к классу педагогических дисциплин и использует положения общей дидактики, то теория, развиваемая ею, также должна излагать систему научных знаний, принципов, которые бы отражали закономерности обучения.

Как справедливо утверждает Х. И. Лийметс, исходя из требований системного подхода, необходимо ответить на следующие вопросы: а) в какую более высокую систему входит обучение как взаимодействие учителя и учащихся; б) какие основные элементы и подсистемы можно найти в самом процессе обучения; в) какие основные функциональные связи существуют между отдельными подсистемами¹¹⁵. Это первый этап. На втором этапе важно выяснить закономерности функционирования составных частей рассматриваемой системы — ее подсистем и установить связь между функциями системы как целого и функциями отдельных ее частей.

В плане поставленных задач Х. И. Лийметс утверждает, что «обучение можно рассматривать в качестве подсистемы воспитания, которое, в свою очередь, является подсистемой социализации моло-

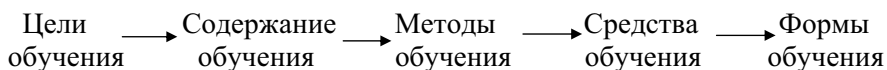
¹¹⁴ См.: Краевский В. В. Проблемы научного обоснования обучения.

¹¹⁵ См.: Методы обучения в связи с другими категориями: Тезисы Всесоюзной конференции «Совершенствование методов обучения в современной советской школе». М., 1977.

дого поколения, а социализация молодого поколения является одним из элементов жизнедеятельности общества»¹¹⁶. Мы не будем здесь заниматься анализом и оценкой приведенной иерархии систем, поскольку не будем подробно их изучать, а попытаемся лишь продолжить нисходящую ее ветвь. Если под обучением, о котором говорится здесь, понимать процесс обучения, то одной из ближайших его подсистем будет учебный процесс. Именно он нас и интересует. Если учебный процесс рассматривать безотносительно к конкретному предмету, выясняя при этом общие закономерности, то его подсистемой будет технология обучения конкретному предмету. Мы будем рассматривать сначала учебный процесс, что видно уже из предыдущего пункта, как целое, являющееся системой. В настоящее время уже известны попытки создания такого рода систем на разных уровнях, в частности на уровне методики, поэтому имеет смысл на них остановиться несколько подробнее. Ибо предлагаемая нами система является не чем иным, как эволюцией уже имеющихся систем.

Исторически разработке системы как целого предшествует более или менее полная разработка ее отдельных компонентов. Затем разрабатываются постепенно связи между компонентами, уточняется содержание самих компонентов и лишь в заключение появляется система, которая в свою очередь дает толчок для дальнейших теоретических и практических разработок.

Обратимся к истории развития взглядов на структуру методики. В учебных пособиях и лекционных курсах давно уже стало традиционным понимание задач данного предмета в виде необходимости дать ответы на вопросы: «зачем учить?», «чему учить?», и «как учить?». Выделяются компоненты учебного процесса, которые располагаются в линейном порядке:



Легко понять, что в этой схеме цели обучения соответствуют вопросу «зачем учить?», содержание обучения — «чему учить?», методы, средства и формы обучения — «как учить?».

¹¹⁶ См.: Методы обучения в связи с другими категориями: Тезисы Всесоюзной конференции «Совершенствование методов обучения в современной советской школе». М., 1977. С. 78.

До недавнего времени такой взгляд на структуру методики преподавания (математики, физики, истории и др.) удовлетворял запросы практики обучения. Однако в связи с развитием фундаментальных наук, психологии, педагогики и методики встала проблема обновления отдельных составных частей обучения конкретному предмету и общего представления об их взаимосвязи и функционировании всей их совокупности как целого, так и по частям. Последнее вызвано изменением задач, стоящих перед школой: воспитанием творчески активной личности.

В связи с разработкой методики начального обучения доктором педагогических наук А. М. Пышкало предложен системный подход, при котором множество перечисленных компонентов образует единое целое с определенными внутренними связями. При этом структура самой системы схематически изображается следующим образом (рис. 15):

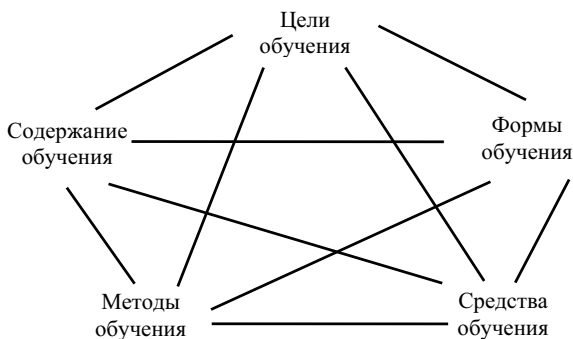


Рис. 15.

Такова структура системы, призванной обеспечить разработку технологии обучения в начальных классах школы. Данная структура в иерархической лестнице будет находиться ниже, чем структура учебного процесса, описываемого на уровне теории — структуры и закономерностей.

Более высокая структура — структура процесса обучения — на сегодняшний день более или менее удовлетворительно не описана. Выделены всего лишь составные части — компоненты процесса обучения: а) содержание обучения, б) преподавание, в) учение, г) мате-

риальные средства¹¹⁷. Описан также процесс обучения как целое и его закономерности¹¹⁸.

Являясь несомненным шагом вперед в развитии методической мысли, структура А. М. Пышкало в представленном виде, мы полагаем, не может дать удовлетворительного описания учебного процесса, в частности, в силу того, что она (не говоря о недостаточной изученности) не лишена целого ряда недочетов. Действительно, во многих методиках наряду с вопросами «зачем учить?», «чему учить?», «как учить?» стоит вопрос «кого учить?». Постановка такого вопроса означает, что в учебном процессе наряду с другими факторами необходимо учитывать особенности мыслительной деятельности учащихся. В традиционной же схеме и методической системе А. М. Пышкало этот аспект учебного процесса в явном виде не выделяется. В связи с этим не ясно место методов познания в учебном процессе, которые при изучении особенно естественных дисциплин играют весьма существенную роль. Возникает сомнение относительно равноправия связей между компонентами. Не описано функционирование (развитие) во времени как всей системы, так и ее отдельных компонентов.

С целью более полного учета особенностей мыслительной деятельности необходимо в качестве самостоятельного компонента выделить методы учения. Более того, поскольку в учебном процессе имеет смысл говорить о деятельности учителя и учащихся, то наряду с методами учения необходимо также выделить в качестве самостоятельного компонента методы преподавания. Наконец, на уровне дидактики не выделяются в качестве компонента формы организации обучения. Не означает ли это, что в силу их вариативности в реальном учебном процессе, зависимости от других компонентов мы отдаем их выбор на откуп учителю? Этого мы не имеем права делать. Программируя в учебном процессе каждый его этап, мы должны указать приемлемые и наиболее целесообразные для него (исходя из содержания других компонентов) формы организации деятельности учащихся.

Таким образом, в качестве полного набора компонентов системы предлагается выбрать следующий:

1. Цель обучения.
2. Содержание обучения.
3. Методы преподавания.

¹¹⁷ См.: Дидактика средней школы / Под ред. М. А. Данилова и М. Н. Скаткина. М., 1975. С. 22.

¹¹⁸ См.: *Лернер И. Я.* Процесс обучения и его закономерности. М., 1980.

4. Методы учения.

5. Средства обучения.

6. Формы обучения.

Прежде чем построить систему, рассмотрим некоторые имеющиеся точки зрения на структуру взаимосвязей между компонентами. В системе А. М. Пышкало, как мы уже видели, компоненты связаны между собой попарно каждый с каждым. В такой структуре связей есть определенный смысл, и до некоторой степени сходные точки зрения мы находим у дидактов. Так, Л. П. Прессман отмечает, что «функциональное назначение средств обучения влияет на роль учителя, на его позицию в процессе обучения. Столь же непосредственно (выделено нами. — М. Б.) влияют АВУМ и на формы работы школьников»¹¹⁹. Иначе говоря, он указывает влияние средств обучения, причем непосредственное, на методы преподавания и формы обучения. В. Г. Попов и А. Г. Чередников утверждают, что если для создания и применения средств (вне комплекса) достаточно учитывать лишь бинарные отношения между разными сторонами обучения (методы ↔ средства; методы ↔ задачи и содержание обучения; средства ↔ задачи и содержание и т. д.), то для реализации комплекса необходимо целостное рассмотрение учебного процесса.

Такая целостность может быть достигнута путем интеграции разных аспектов теории вокруг таких сторон обучения, которые, во-первых, наиболее устойчивы, во-вторых, наиболее непосредственно определяют обучение. Такими средствами обладает деятельность школьника (очевидно, в соответствии с деятельностным подходом)¹²⁰.

Здесь, как видно, авторами признается наличие всех попарных связей в системе и при этом обращается внимание на целостное рассмотрение процесса обучения. В последнем случае предлагается в качестве интегрирующего звена выбрать деятельность учащихся. В принципе с такой точкой зрения можно согласиться. Однако не ясно, почему разделяется, с одной стороны, рассмотрение бинарных связей, с другой — целостное рассмотрение учебного процесса. Думается, что как раз одновременное двустороннее рассмотрение учебного процесса, с одной стороны, как неделимого целого, а с другой — как

¹¹⁹ Совершенствование методов обучения в современной советской школе. М., 1978. С. 210.

¹²⁰ См. там же. С. 217–218.

состоящего из отдельных взаимосвязанных частей и может дать желаемые результаты.

Положительным представляется выделение интегрирующего звена. Но почему выбрана в качестве его деятельность учащихся? Она не выделяется в качестве самостоятельной компоненты, не охватывает всех компонент, а лишь какую-то часть некоторых компонент системы и потому нарушает данную структуру, а значит, не может быть интегрирующим звеном для данной структуры. Но, как показывают дальнейшие высказывания авторов, по-видимому, такой цели (объединить все компоненты в одно целое) и не ставили, а исходили лишь из интересов своего исследования. Авторы не приводят схематического изображения структуры (возможно и скорее всего они не делят учебный процесс на компоненты, когда рассматривают его как целое) и сами отмечают, что «предполагаемый подход, т. е. рассмотрение деятельности учащихся вне связи с другими ее сторонами и деятельностью учителя, позволяют сформировать лишь *«идеальную модель»* (выделено нами. — М. Б.) комплекса, которая эксплицитно раскрывает связи между методами обучения и идеальными формами деятельности ученика, а также средствами обучения. Учет таких подсистем обучения, как материальная сторона деятельности ученика, деятельность учителя и т. д., позволяет перейти от «идеальной модели» средств к материальному ее воплощению, к использованию в практике»¹²¹.

Таким образом, как нетрудно увидеть из последнего высказывания, не может быть и речи о целостном подходе к рассмотрению учебного процесса, о чем сами же авторы говорили выше. Возможно, предлагаемая «идеальная модель» и окажется полезной для изучения отдельных сторон учебного процесса, но она не может быть принята для изучения учебного процесса в целом как системы.

Итак, для построения системы необходимо, во-первых, выделение одной из сторон обучения, которая является наиболее устойчивой и связанной со всеми остальными компонентами; во-вторых, создание такой структуры связей, которая позволяла бы рассматривать систему как целостную модель учебного процесса, т. е. представляющую учебный процесс.

Главным компонентом в учебном процессе, как уже указывалось ранее при определении процесса обучения на уровне методики, явля-

¹²¹ Совершенствование методов обучения в современной советской школе. М., 1978. С. 220.

ется содержание. В этом единодушны, в частности, методисты. Так, доктор педагогических наук И. Ф. Тесленко отмечает: «Известно, что содержанием и основой всякого учебного процесса является учебный материал; именно в нем, по нашему мнению, заложены наибольшие резервы совершенствования обучения. На учебный материал опирается преподавание и учение»¹²².

Разумеется, учебный материал, о котором говорит И. Ф. Тесленко, не адекватен понятию «содержание» обучения, ибо он сам далее отмечает, что «по содержанию учебный материал — это подлежащая усвоению система знаний, сконструированная с учетом логических и психологических требований; по форме он представляет систему познавательных задач»¹²³. Однако если говорить об учебном процессе как системе, то ясно, что в соответствии с данной точкой зрения в качестве основной должен быть выбран компонент «содержание обучения».

Из сказанного напрашивается следующая характеристика системы связей между компонентами. Поскольку содержание обучения в системе является основным и призвано выполнять интегрирующую роль, то связи данного компонента со всеми остальными должны быть определяющими, главными. Вместе с тем должны иметь место бинарные связи между любой парой компонентов.

В соответствии с данной характеристикой методическую систему схематически, на наш взгляд, можно представить следующим образом (рис. 16):

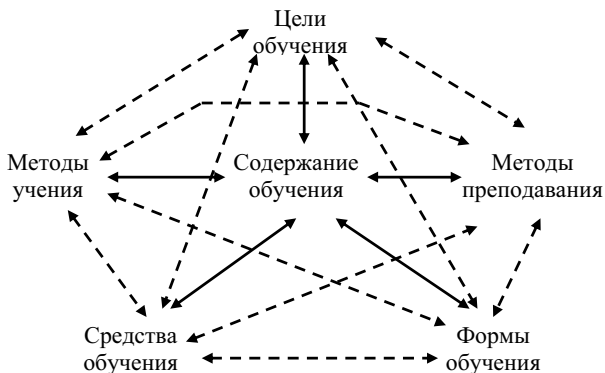


Рис. 16.

¹²² Математика в школе. 1980. № 3. С. 13.

¹²³ Там же.

Содержание обучения является стержнем этой системы. Она выполняет роль строительного материала. (Заметим, что это согласуется со взглядами И. Ф. Тесленко.) Именно через конкретное содержание предмета каждый из остальных компонентов может оказывать влияние на учебный процесс. Поэтому связи данного компонента со всеми другими являются определяющими. Остальным связям отводится роль согласования взаимных действий.

Однако данная структура лишена динамики учебного процесса. Поэтому необходимо выделенные компоненты соотнести с системой познавательной деятельности. С этой целью: а) покажем, каким образом каждый из этих компонентов находит отражение в структуре способа познавательной деятельности, и б) раскроем основные закономерности изменения компонентов в процессе развития системы способов познавательной деятельности.

Основной, ведущей целью способа познавательной деятельности является решение познавательной задачи, которая в содержательном плане может быть ориентирована по-разному. В соответствии с выделенными выше видами целей будут меняться характер и содержание конкретных методических приемов.

Будучи включенными в структуру способов познавательной деятельности, эти цели конкретизируются сначала по начальному и конечному результатам: по изучаемому объекту и формируемому знанию. Например, ставится проблема сформировать математическое понятие о функции. Изучаемый объект — функция, формируемое знание — понятие. Как только решена учителем задача выбора объекта изучения и характера формируемого знания, подбираются конкретные средства передачи данной информации учащимся. Определяется конкретная цель этапа — принятие учащимся проблемы, прием учения (например, аналогия), аналогичное знание — понятие об аналогичном объекте — функции другого вида, конкретное содержание (например, определение), конкретные средства, организация познавательной деятельности, (например, графики функций), форма (например, вопрос, задание и т. п.) и, наконец, прием деятельности преподавателя.

Выбранное на первом этапе методическое содержание определяет (задает) методическую среду и методические условия, в которых будет протекать дальнейшая реализация способа познавательной деятельности. Первый этап задает начальные условия.

Если способ познавательной деятельности рассматривать в целостном учебном процессе, то содержание методической среды должно определяться закономерностями методической системы с целью обеспечения ее развития.

Далее меняется цель, но условия остаются. Целью является нахождение метода, позволяющего решить поставленную проблему. Эта цель — естественное продолжение и развитие цели предшествующего этапа, ибо там была высказана необходимость решения, а для этого требуется метод (это должно быть, вообще говоря, известно). Но для поиска метода нужно знать область (хотя бы как-то ограниченную), ибо нельзя искать, зная только «для чего» — цель, но не зная «где» и не зная «что конкретно» (знаем лишь вообще — метод, но не конкретно какой). Из этих трех составляющих одного приема в качестве условия реализации должно быть неизвестным одно звено, иначе задача будет практически неразрешима. В нашем случае наряду с целью задана на предыдущем этапе и область поиска метода. Она в первую очередь определяется начальным и конечным результатом познавательной проблемы, а именно объектом — функцией и видом знания — понятием.

Действительно, для того чтобы понять, что искать надо метод не в любой области имеющегося знания, а в области знаний о функциях, и не любой, а метод, ведущий к формированию понятия о данном объекте, вполне достаточно уровня мышления, характеризующегося сформированностью приемов умственной деятельности (анализ, синтез, сравнение и т. д.). Изменение области и осуществление более далекого переноса возможно и целесообразно (будет оправдано) лишь тогда, когда будут исчерпаны возможности данной области. И при этом изменится сначала объект.

Далее с учетом выбранной области, цели данного этапа способа познавательной деятельности и закономерностей развития методической системы определяется методическое содержание этапа. Ставится цель нахождения метода конструирования понятия функции. В качестве содержания будет выбрано знание о функции (с учетом выбранной области). Приемом учения может служить аналогия (с учетом методического содержания предыдущего этапа) или прием более высокого уровня, если этого требует развитие методической системы.

Средством может служить график известной функции. Форму известной познавательной проблемы желательно взять аналогичную имеющейся (т. е. соответственно вопрос или задание). В качестве

приема деятельности преподавателя можно взять словесное сообщение и указание на совокупность перечисленных выше средств с рекомендацией учащимся воспользоваться им.

Содержание третьего этапа определяется также исходя из общих закономерностей развития методической системы аспектно-объектной области (определяемой изучаемым объектом и видом знания) и с учетом преемственности со вторым этапом. Здесь развивается основная цель — цель решения проблемы, осуществляется ее очередное звено — реализация найденного метода, а применительно к нашему примеру — перенос метода с ранее проблемы на новую.

В процессе нахождения метода обнаруживается характер содержания, на котором будет осуществляться решение проблемы, в частности признаки, свойства функции, определение и конкретные приемы их выявления и конструирования. Прием учения, очевидно, будет тот же, что и на предыдущем этапе, но реализуемый в обратном направлении: с известного материала на новый. В качестве средств могут быть выбраны те же, что и ранее, в частности для формирования понятия функции (график или математический язык — средство более высокого уровня абстракции). Formой реализации метода может служить обобщенное алгоритмическое предписание (например, построение определения). Приемами деятельности учителя (с учетом развития данного компонента методической системы) могут служить приемы напоминания о необходимости следования алгоритмическому предписанию.

Четвертый этап реализации способа по своей структуре аналогичен предыдущим. Здесь осуществляется очередной шаг от изучаемого объекта к знанию о нем, т. е. в направлении движения к цели, заданной на первом этапе способа. После того как проведено решение, точнее — применен найденный метод для решения проблемы, возникает задача соотнесения полученного результата нового знания с имеющимися, задача включения нового понятия в систему имеющихся. Но это означает не что иное, как расширение круга имеющихся знаний именно о том же изучаемом объекте (функции) или классе объектов (функциях).

Поэтому объектная область и основная цель реализации способа здесь остаются. Но в отличие от предшествующих этапов главное влияние на выбор приемов здесь будет оказывать не объектная область, а цель.

Поскольку речь идет не просто о новых знаниях, а, как и в предшествующих этапах, об оперировании или в тесной связи с уже имеющимися, то при определении методического содержания данного этапа также необходимо исходить из общих закономерностей развития методической системы.

Итак, исходя из закономерностей развития методической системы, объектной области, общей цели реализации способа с учетом методических средств предшествующих этапов и особенностей данного этапа, ставится сначала методическая цель установления соотношения нового знания с имеющимися (например, определения данной функции с общим определением функции), содержанием будет сформированное понятие (совокупность свойств, определение) и совокупность с ним взаимосвязанных. В качестве приемов учения можно выбрать прием конкретизации (с учетом содержания: общее понятие и понятие конкретной функции): средством будет служить математический язык описания понятий, формой — математические определения, приемами деятельности преподавателя — словесное сообщение цели реализации данного этапа.

На заключительном этапе должен быть сделан вывод о решении поставленной проблемы, вывод о разрешенности противоречия между объектной областью и целью реализации способа, установлена связь между объектом и знанием о нем. Все это означает, что реализуется и развивается основная цель способа; объектная область, цель реализации способа, а также методические средства достижения цели (пути, ведущие от объектной области к цели) по-прежнему определяют характер методического содержания пятого этапа. В то же время здесь не могут не учитываться закономерности развития методической системы, если они нашли отражение в предшествующих этапах. Новое знание должно давать прирост и в методических средствах, в средствах познавательной деятельности. В противном случае нет развития.

Итак, исходя из закономерностей развития методической системы, общей цели реализации способа определяется методическая цель установления (описания) связи между объектом и полученным знанием. Содержанием здесь будет объект и полученное знание о нем. Методом учения здесь может быть моделирование (например, конструирование определения, стандартная формула функции). Средством должен быть математический язык (поскольку речь идет о математическом знании). Формой будет принятая в математике форма соответст-

вующего компонента знания, приемом деятельности преподавателя — уточнение (корректировка) предложенной учащимися записи.

Таким образом, проведенный анализ соотношения методической системы и способов познавательной деятельности показывает: внутреннее содержание методической системы образуют способы познавательной деятельности. В свою очередь содержание способов познавательной деятельности может быть реализовано в обучении лишь посредством содержания методической системы.

Методическое содержание способа познавательной деятельности детерминируется тремя внешними факторами: объектом познания, целью познания, закономерностями развития методической системы.

Внутреннее методическое содержание каждого этапа реализации способа наряду с внешними факторами детерминируется целью данного этапа и методическим содержанием предшествующего.

А. М. Пышкало применительно к созданной им системе приводятся некоторые требования, вытекающие из самой сути системного подхода.

1. Принцип взаимосвязи. «При изменении компонентов методической системы необходимо определить вызываемые этим последствия для всех других компонентов и учитывать их»¹²⁴.

2. Принцип полноты. «При совершенствовании методической системы обучения следует уделять внимание каждому элементу ее структуры»¹²⁵.

3. Принцип преемственности. «Совершенствование методической системы обучения должно отправляться от сложившейся в советской школе системы обучения и воспитания учащихся»¹²⁶.

Поскольку приведенные принципы не обусловлены спецификой какого-то конкретного содержания системы, то они с успехом могут быть перенесены и на любую другую систему, в частности и на нашу.

А. М. Пышкало высказывает мысль о наличии двух видов закономерностей: внутренних и внешних. Суть первых выражена в принципе взаимосвязи. Говоря о внешних, он подчеркивает влияние на систему социального и культурного фона. При этом «наиболее явно и сильно указанное воздействие направляется на лидирующий компонент МС (методической системы. — М. Б.) — цели обучения. Обще-

¹²⁴ Моро М. И., Пышкало А. М. О совершенствовании методов обучения математике // О совершенствовании методов обучения математике: Сб. статей / Сост. В. С. Крамор. М., 1987. С. 23.

¹²⁵ Там же.

¹²⁶ Там же.

ство формулирует социальный заказ школе, посредством которого определяются цели обучения любого учебного предмета»¹²⁷.

Представляет также интерес для развития системного подхода сделанный А. М. Пышкало вывод, где он пишет: «Таким образом, МС представляет собой сложное динамическое образование. Возможность ее сколь-нибудь полного изучения может быть достигнута, если *определить некоторое начальное условие* (выделено нами. — М. Б.). Иными словами, зафиксировать какой-либо из элементов МС, чтобы выявить пути и динамику ее изменения, развития ее в этом положении»¹²⁸. Здесь важна, как будет показано ниже, идея фиксации элемента для изучения динамики других. Но это условие вовсе не является необходимым для изучения всей системы в целом. Данный вывод, по-видимому, предопределен тем, что система А. М. Пышкало появилась как результат эмпирического исследования. В отличие от нее наша система является теоретической предпосылкой дальнейших исследований.

Как уже отмечалось выше, структурно-функциональный подход предполагает изучение не только состава и взаимосвязей целого, но и функций как целого, так и отдельных компонентов. Некоторые из функций системы как целого нами уже описаны. Теперь важно изучить функции каждого из компонентов и взаимосвязи между этими функциями.

Исходя из построенной модели учебного познания, особенностей мышления, можно конкретизировать сформулированные в гл. 1 и получить общие принципы развития компонентов системы.

1. Принцип развития целей обучения. Изменение целей обучения должно предусматривать развитие мышления учащихся.

2. Принцип развития содержания. Содержание должно изменяться в направлении повышения уровня научности изложения, сближения учебного материала с содержанием научного знания.

3. Принцип развития методов учения. Изменение методов учения должно быть ориентировано на овладение учащимися методами и законами научного исследования и познания.

4. Принцип развития средств обучения. Изменение средств обучения должно происходить в направлении повышения уровня абстракции используемых моделей.

¹²⁷ Пышкало А. М. Методические аспекты проблемы преемственности в обучении математике // Преемственность в обучении математике / Сост. А. М. Пышкало. М., 1978. С. 8.

¹²⁸ Там же.

5. Принцип развития форм обучения. Изменение форм обучения¹²⁹ должно происходить в направлении повышения уровня проблемности, сближения форм учебной деятельности с формами научного исследования.

6. Принцип развития методов преподавания. Изменение методов преподавания должно происходить в направлении уменьшения опосредования деятельности учащихся, т. е. увеличения продуктивности методов преподавания.

Конкретизации этих принципов, их детализации посвящены следующие параграфы.

§ 3. Состав, структура и закономерности развития системы целей обучения

Цели обучения математике определяются, с одной стороны, общепедагогическими целями обучения и воспитания, а с другой — спецификой конкретного содержания предмета математики.

На дидактическом уровне выделяют три вида целей: образовательные; развивающие; воспитательные.

Каждый из этих видов должен найти свое отражение в системе целей любого учебного предмета.

Если взглянуть на цели обучения в историческом аспекте, то следует отметить, что они не являются неизменными.

В связи с новыми задачами, стоящими перед системой среднего образования, важное место должно отводиться развитию учащихся, а значит, развивающим целям, и трудовому воспитанию и профессиональной подготовке. Вместе с тем в методике обучения математике при постановке целей часто либо развивающий, либо прикладной аспект целей упускается, например, в методике обучения под ред. Ю. М. Колягина указываются обучающие, воспитательные и практические¹³⁰. Такой подход можно объяснить спецификой математического содержания, в котором соединены воедино содержательная и познавательная стороны математики. Математика в силу особого положения может рассматриваться как метод познания ее самой и окружающей действительности. В соответствии с этим необходимо развитие

¹²⁹ Обучение мы рассматриваем на уровне учебного процесса, поэтому здесь, по сути, речь идет об учебно-познавательной деятельности, ее организации.

¹³⁰ См.: Методика преподавания математики в средней школе / Под ред. Ю. М. Колягина. М., 1975. С. 18.

учащихся «программировать» на самом первом шаге конструирования процесса обучения — уже при разработке содержания обучения математике. Выделение же в качестве самостоятельного аспекта развивающих целей важно учителю при планировании уроков, на что обращено внимание ниже.

В соответствии с пониманием методики обучения математике как предмета, конкретизирующего положения дидактики, с одной стороны, и учитывающего специфику предмета математики — с другой, каждый вид целей обучения можно разделить на три группы. При этом как отдельные виды целей, так и их группы в реальном учебном процессе неразделимы и решаются комплексно.

Группа А — цели, обусловленные спецификой предмета математики и решаемые только (или по крайней мере в основном) посредством математического содержания.

Группа Б — цели, которые применительно к математике претерпевают частичные изменения, приобретают в процессе обучения математике специфические особенности.

Группа В — цели дидактического характера, т. е. такие, которые применительно к математике не претерпевают изменения.

Рассматривая обучение как взаимодействие двух систем — внутренней и внешней, мы констатировали, опираясь на положения Л. С. Выготского, что развитие внутренней системы есть стремление развития внешней системы.

Отсюда вытекает, что ученик должен овладеть всеми составляющими внешней системы: целями, содержанием, методами, средствами, формами. Через эти компоненты учитываются особенности систем обучения.

Раскроем сущность термина «овладение» по отношению к каждому компоненту. Применительно к целям следует полагать, что ученик должен не только принимать готовые цели, которые ставит учитель, но в процессе обучения должен научиться решать проблемы, ставить проблемы на основе проблемной ситуации, находить проблемные ситуации, руководствуясь сформулированной учителем общей целью и в конечном счете исходя из определенных (например, практических) потребностей, ставить познавательные цели и находить пути их решения.

Что касается овладения содержанием и средствами, то, очевидно, достаточно заметить, что под средствами мы понимаем способы

фиксации содержания (см. § 7 гл. 4). Овладение учеником приемами и способами учения также очевидно.

Овладение учеником методами преподавания звучит несколько необычно. Суть этого высказывания и практическая ценность такого овладения становится ясной, если заметить, что речь идет не о передаче знаний, т. е. информативной функции методов преподавания, а о внутренней сущности — об отборе накопленного человечеством знания и его организации (изучения, применения) исходя из возникающих в процессе практики (в широком смысле) потребностей.

Однако отобрать и изучить материал еще недостаточно, необходимо еще овладеть и всеми средствами и формами познавательной деятельности с целью получения новых знаний, решения практических задач, реализации общественно значимых целей.

Иными словами, в процессе изучения конкретного предмета ученик должен овладеть его научным содержанием и способами познавательной деятельности.

Научное содержание и способы познавательной деятельности дадут основу для продуктивной познавательной деятельности.

Таким образом, изменение целей должно предусматривать увеличение продуктивности познавательной деятельности учащихся и как результат этого — большую творческую самостоятельность в приобретении знаний учащимися (в самостоятельном производстве) без опосредования их преподавателем.

Схематически соотношение опосредования содержания продуктивной деятельности можно изобразить так (рис. 17);

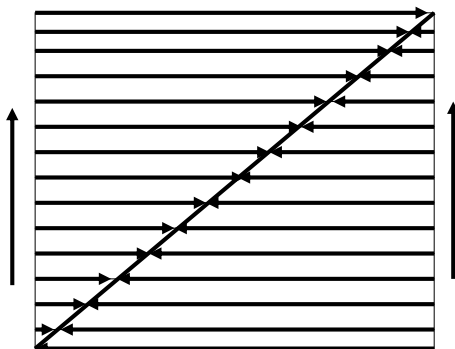


Рис. 17.

В соответствии с выбранным подходом к рассмотрению процесса обучения как взаимодействия двух систем — внутренней и внешней в каждой из этих групп можно выделить содержание целей и их форму, ориентированную наряду с овладением определенным содержанием на овладение учащимися средствами, формами, приемами учения и целеполагания, а также изменение приемов преподавания и развитие самих целей. На это должны, в частности, ориентировать и цели обучения. Но это возможно при условии, если традиционные связи целей будут дополнены следующими:

- овладеть системой приемов и способов восприятия и переработки информации;

- овладеть средствами описания процесса и результатов научного познания;

- овладеть формами выражения процесса и результатов научного познания;

- овладеть приемами и способами целеполагания.

Совокупность этих целей входит преимущественно в группу развивающих целей. Они ориентированы на совершенствование у учащихся системы средств познавательной деятельности.

Исходя из целостного подхода к организации познавательной деятельности учащихся в каждой из этих групп, можно выделить два аспекта целей обучения математике: теоретико-познавательный и профессионально-прикладной.

Первый аспект целей предполагает формирование математических знаний, умений, навыков, приемов и способов деятельности, применяемых в процессе их получения и формирования соответствующих познавательных мотивов и отношения к процессу научного познания (в частности, математического).

Второй аспект целей предполагает формирование математических знаний, умений и навыков и способов деятельности, обеспечивающих применение математики в других учебных предметах, в частности в дисциплинах профтехцикла и в производственной деятельности, а также формирование соответствующих мотивов и отношения к деятельности-преобразующей, в частности к производственной, деятельности человека.

В учебном процессе цели того и другого аспектов могут реализовываться как порознь, так и одновременно.

В процессе развития целей выделенных двух аспектов происходит их постепенное слияние — интеграция. А именно сначала

преследуются цели формирования специальных знаний, умений, навыков и осуществления на этой базе развития и воспитания; затем ставятся цели межпредметного характера и, наконец, общего характера, например связанные с формированием общих методов научного познания, научной картины мира, научного мировоззрения и жизненной позиции.

При рассмотрении такого развития целей просматривается еще один вид связей в системе «цели», который нельзя не учитывать, говоря о их реализации. Цели образовательные, развивающие и воспитательные есть при опирающихся друг на друга уровнях. А именно развивающие цели реализуются на базе определенных знаний, умений и навыков, т. е. на основе и в процессе реализации образовательных целей. Воспитание осуществляется на базе знаний, умений, навыков на основе и в процессе осуществления деятельности и приобретаемого при этом опыта деятельности. А это означает, что воспитательные цели реализуются на основе и в процессе реализации образовательных и развивающих целей.

В целом, характеризуя соотношение между уровнями в системе «образовательные цели, развивающие цели, воспитательные цели», можно сказать, что цели более низкого уровня для целей более высокого уровня являются строительным материалом и фундаментом. Переход от одних к другим означает качественное изменение результатов обучения в сознании учащихся — диалектическое развитие приобретаемых знаний.

В соответствии с выделенными видами, группами и структурой приведем список основных целей обучения математике.

Система образовательных целей

1а. Сформировать знания о системе основных реальных объектов и операциях над ними, изучаемых в математике, и используемом при этом аппарате научного описания (системе материальных моделей).

2а. Сформировать знания о системе свойств основных реальных объектов, их материальных моделях и операциях над ними, изучаемых математикой, и используемом при этом аппарате (формах и средствах) научного описания в системе общепринятого языка.

3а. Сформировать систему математических представлений об основных объектах и операциях над ними и используемом при этом аппарате научного описания (система наглядных моделей).

4а. Сформировать систему математических понятий об основных реальных объектах и операциях над ними и используемом при этом аппарате научного описания (система математического языка) и на этой основе сформировать понятие о математической теории.

5а. Сформировать понятие о математическом аппарате, обеспечивающем применение математики в других дисциплинах, в частности в дисциплинах профтехцикла и в производственной деятельности будущих рабочих.

6б. Сформировать систему основных понятий формальной логики и основанных на них методов научного исследования.

7в. Сформировать (совместно с другими предметами) понятие о методах научного познания.

Система развивающих целей

1а. Сформировать систему специальных (математических) познавательных приемов, способов и методов математического познания, обеспечивающих формирование основных компонентов математического знания.

2б. Сформировать систему межпредметных познавательных приемов, способов и методов научного исследования, обеспечивающих формирование основных компонентов систем межпредметных знаний.

3в. Сформировать систему общих познавательных приемов и способов, а также методов и законов научного познания, обеспечивающих познавательно-преобразующую деятельность будущего рабочего.

Система воспитательных целей

1а. Сформировать понятие о месте и роли математического познания в целостной системе научного знания и в преобразующей деятельности человека.

2б. Сформировать (совместно с другими предметами) правильное естественнонаучное мировоззрение, т. е. систему взглядов на мир.

3в. Сформировать мотивацию учения и труда (совместно с другими компонентами процесса обучения), потребности в учебно-познавательной и трудовой деятельности.

Ориентация системы развивающих целей на овладение межпредметными и общенаучными методами познания и на качества личности с учетом выделенных групп целей дает возможность более детально определить уровни их реализации и соответственно уровни

развития учащихся, достигаемые на том или ином уроке или целостной системе уроков. Эти уровни определяются уровнями развития компонента учебного процесса. Если по отношению к образовательным целям этот вопрос решен (Г. Д. Кириллова и др.), то по отношению к развивающим он остается открытым.

В настоящее время весьма актуальным в практике обучения является вопрос о постановке и реализации развивающих и воспитательных целей. Часто преподаватели естественных дисциплин (и особенно математики) таких целей вообще не ставят (по крайней мере не формулируют) и затем (даже опытные учителя) оказываются не в состоянии ответить на вопрос «какие развивающие и воспитательные цели они решали?». Очень часто некорректно ставятся и образовательные цели урока. Причина такого состояния, по-видимому, заключается в отсутствии общего подхода к определению целей в процессе обучения на разных его этапах и уровнях. Структурно-функциональный подход позволяет указать некоторые критерии, которые можно использовать как руководство к действию при определении целей в учебном процессе, в частности целей урока.

В соответствии со структурой схемы формулировка цели должна отражать три составные части (в соответствии с двумя компонентами и наличием связей между ними): название цели, средство реализации, пути реализации.

При такой формулировке первая часть дает возможность проследить работу по реализации этой цели в развитии на протяжении нескольких уроков. Вторая часть поможет учителю в контроле за разнообразием путей. Третья часть ставит перед необходимостью выполнения поставленной цели на уроке, ибо она конкретна и проверяема.

Цели урока должны быть таковы, чтобы уже на формулировке можно было определить по крайней мере: 1) какая цель программы реализуется и 2) на какой ступени реализации она находится. Сформулированные требования относятся к образовательным целям, однако мы на них здесь не акцентируем особого внимания, потому что они (применительно к образовательным целям) очевидны. С учетом вышеизложенного два требования применимы к развивающим и воспитательным целям. Первое из них очевидно (оно совпадает с первым из сформулированных выше). Для определения уровня реализации той или иной развивающей и воспитательной цели в учебном процессе достаточно эффективных критериев пока не было найдено.

В практике обучения нередко можно встретить формулировки типа «научить решать квадратные уравнения». Возникает вопрос: до какой степени, на уровне умения или навыка? Или: «дать определение окружности». Но ведь мало дать определение, надо сформировать понятие. Очевидно, что в этих примерах не выполнено второе требование относительно ступени реализации цели.

Проиллюстрируем, как можно применить сформулированные требования к выделенным видам целей. Первое требование относительно названия цели очевидно. Остановимся на втором требовании относительно уровня. Реализуя первый вид целей, мы сначала формируем понятия, а затем включаем их в общую систему знаний. (В практике обучения последняя задача решается далеко не всегда удовлетворительно.) Поэтому на следующих уроках наряду с закреплением и повторением необходимо ставить цели, касающиеся качественной стороны сформированности понятия, например продолжить работу по сознательному усвоению понятия путем установления соотношения его с ранее известными (здесь указан и путь; если указать его и понятия, с которыми необходимо установить связь, то, очевидно, будут выполнены и первые три требования, вытекающие из структуры и указанные выше). Степень реализации при постановке цели второго вида можно показать словами: выработать умение, выработать навык, закрепить навык, сформировать обобщенный алгоритм деятельности (в последнем случае, как нетрудно догадаться, речь идет о наиболее высоком уровне — уровне переноса). В третьем случае можно обойтись ссылкой на метод преподавания, например выработать умение применять аналогию на уровне частично-поисковом (частично-поискового метода).

Компонент «цели обучения» связан со всеми остальными компонентами учебного процесса. Проиллюстрируем эту связь на примере методики формирования понятия касательной плоскости к сфере. В качестве целей урока можно сформулировать следующие: сформировать понятие касательной плоскости к сфере, продолжить формирование материалистического мировоззрения, устанавливая связь материала с жизнью посредством решения прикладных задач на взаимное расположение сферы и плоскости. Далее определяем содержание: сконструировать определение, ввести термин, дать его геометрическое изображение. В качестве методов учения естественно выбрать сочетание аналогии и обобщения относительно касательной прямой и окружности, так как данный материал уже известен учащимся и име-

ется содержательная связь его с вновь изучаемым. Поскольку материал о касательной плоскости изучается в конце курса геометрии и учащиеся к этому времени должны в достаточной степени овладеть методами аналогии и обобщения, уметь применять их для изучения связей плоских и пространственных фигур (что они делали, например, в теме «Многогранники»), то в качестве основных методов преподавания целесообразно взять сочетание исследовательского метода с частично-поисковым. Выбранным методам учения и преподавания более всего соответствует самостоятельная работа в сочетании с дифференцированным подходом. В качестве основного средства обучения желательно взять тетрадь с печатной основой, где левая часть страницы предполагает воспроизведение необходимых знаний из планиметрии, а правая предназначена для изложения новых знаний — записи результатов мыслительной деятельности. Следующим этапом методической работы учителя является разработка системы приемов, которая выливается в способ формирования понятия.

Таким образом, содержание процесса формирования понятия определяется, с одной стороны, содержанием, а с другой — уровнем развития умений и навыков в области учебно-познавательной деятельности.

Наконец отметим, что уровень учебно-познавательной деятельности, достигнутый на данном уроке, определяет характер целей следующего урока.

Суммируя вышеизложенное, можно сформулировать общую характеристику совокупности целей.

1. Совокупность образовательных, развивающих и воспитательных целей должна иметь целостный, системный, многоуровневый характер.

2. В ней содержатся три подсистемы: образовательные, развивающие и воспитательные, образующие три уровня единой системы, охватывающей все составляющие учебного процесса: содержание, средства, формы и методы.

3. Развитие всей системы целей и каждой подсистемы в учебном процессе осуществляется в двух направлениях: овладение учащимися методами научного познания (включая средства познания) и формирование целостной личности. При этом роль и место математики в системе других предметов определяется особенностями ее содержания и методов познания.

§ 4. Состав, структура и закономерности развития содержания обучения

Содержание обучения математике призвано обеспечить реализацию целей обучения предмету. Это означает, что в нем должны быть все компоненты, обеспечивающие целостный процесс познания. В соответствии с тремя видами целей обучения (образовательными, развивающими, воспитательными) имеет смысл говорить о различных компонентах профессионально значимого содержания учебного материала:

компоненты математического содержания, обеспечивающие формирование системы знаний, умений и навыков;

компоненты математического содержания, обеспечивающие развитие системы познавательных умений;

компоненты математического содержания, обеспечивающие формирование качеств личности.

В соответствии с двумя аспектами целей необходимо также выделить теоретико-познавательный аспект содержания и профессионально значимый аспект. Применительно к каждому аспекту можно говорить о содержании математического знания как научного знания, т. е. о различных математических понятиях, методах, законах, теориях. В то же время можно говорить и о реализации посредством различной формы выражения одних и тех же компонентов математического знания разных аспектов. После того как приведены варианты классификации математического содержания, необходимо для каждого класса указать способы определения компонентов математического знания (понятий, методов, законов), форм их выражения.

Дадим сначала характеристику теоретико-познавательного аспекта содержания¹³¹. Исходным пунктом познания является предметная деятельность и живое созерцание. В этой связи становится очевидным, что в содержание обучения должен быть включен эмпирический материал. Но какой? С целью обеспечения целостности и непрерывности (в смысле перехода от одного вида знания к другому) в содержание обучения математике необходимо включить компоненты содержания производственной деятельности, получаемое на этой основе эмпирическое знание в специальных, общетехнических дисциплинах. При этом для математики важно отобрать материал из каждой

¹³¹ Под содержанием обучения математике мы понимаем содержание учебного материала по предмету.

из перечисленных научных дисциплин не произвольно, а так, чтобы каждый компонент мог быть включен в «непрерывную нет,» последовательных обобщений от производственной деятельности к математике. Такой переход к отбору материала позволит, с одной стороны, реализовать принцип преемственности между различными учебными предметами (и межпредметные связи) в процессе формирования новых знаний, а с другой — минимизировать объем эмпирического (предметного) материала, поскольку он носит вспомогательный характер.

Основная функция такого содержания — обеспечение предметной деятельности учащихся и преподавателей как основы учебно-познавательного процесса, процесса формирования новых математических знаний.

Говоря о содержательном аспекте с учетом логики развития научного знания, имеет смысл выделить три его уровня: 1) предметный; 2) образный; 3) абстрактный.

На первом уровне учащиеся при обучении математике оперируют реальными предметами, используемыми, в частности, в их будущей производственной деятельности или изучаемыми в других предметах. Например, при изучении цилиндра в ПТУ металлообрабатывающего профиля учащиеся рассматривают вороток, делают замеры и затем вычисляют объем его и расход металла на его изготовление и соответственно получаемые отходы при его изготовлении из данной заготовки.

На образном уровне учащиеся оперируют представлениями — образами, которые используются, в частности, в дисциплинах профтехцикла и в производственной деятельности.

На абстрактном уровне учащиеся оперируют математическими понятиями, методами, законами.

Приведем примеры. При изучении темы «Параллельность в пространстве» в группе машинистов башенных кранов предлагается следующее задание: в конструкции башенного крана привести примеры скрещивающихся прямых; прямых, параллельных плоскости; параллельных плоскостей.

Здесь связь осуществляется на наглядно-образном уровне. При осуществлении связи на теоретическом уровне важную роль играет согласование терминологии. Так, при изучении многогранников и фигур вращения для будущих каменщиков устанавливается связь между терминами: боковая грань многогранника — тычок, ложок; осно-

вание многогранника — постель. Для будущих токарей важно отметить связь терминов: высота конуса — длина конуса; тангенс половины угла при вершине конуса — уклон и т. п.

Содержание третьего уровня образуют математические теории. Основное назначение математической теории — это проникновение в сущность математических объектов и описание последних соответствующим языком. В этой связи при описании математических объектов (как, впрочем, и при описании многих нематематических, см., например, гл. 2) можно говорить о составе, структуре, свойствах, построении (получении), применении. В математике выделяют различные виды понятийного знания: понятия-объекты, понятия-операции, метапонятия. Говоря о структуре, можно рассматривать как структуру каждого понятия, так и связи между ними. Один и тот же математический объект может быть описан более или менее полно, если сформированы все три вида знаний. При этом знание можно считать полным, если для каждого понятия и для всей системы понятий выяснены состав, структура, свойства, получение (конструирование), применение.

Названные элементы математического знания — понятия являются исходными для построения компонентов математического знания более высокого уровня. На их основе строятся новые понятия более высокого уровня общности, строятся методы решения задач, методы доказательств, математические законы и математические теории.

При этом для каждого нового компонента знаний имеет смысл снова говорить о составе, строении, свойствах, получении и применении. Эта структура знаний в обучении должна быть реализована начиная с предметно-действенного уровня.

Все компоненты структуры достаточно ясны, если развитие знания математического не выходит за пределы рассмотрения математических объектов. Если же применить функциональный подход и рассмотреть математику с позиций ее роли в познании объектов других научных дисциплин, то сущность звена под названием «применение» станет иной. Для школы с профессиональной подготовкой это звено приобретает особую функцию — функцию профессионализации математических знаний.

В процессе этой профессионализации математические знания дифференцируются в соответствии с областями их применения. Поскольку таких областей много в условиях профессиональной подготовки, то процесс профессионализации и соответственно применения

математических знаний является сложным. Поэтому рассмотрим его более подробно.

Итак, рассмотрим структуру прикладного аспекта содержания обучения математике в условиях профессиональной подготовки учащихся.

Обеспечение общего среднего образования в средних учебных заведениях привело к необходимости выделения единого уровня общего среднего образования и в соответствии с этим определения базисной части содержания обучения в математике.

Базисная часть содержания обучения математике является общей — инвариантной для всех типов учебных заведений, в том числе и для профессиональных. В ПТУ наличие базисного компонента содержания наряду с решением общеобразовательных задач — обеспечение знаниями основ наук, формирование научного мировоззрения, необходимое умственное развитие и т. п. — обеспечивает преемственность между средним и высшим образованием.

Наряду с базисной частью в ПТУ имеется еще одна — варьируемая часть содержания обучения математике. Целевое назначение ее — обеспечение взаимосвязи математической и профессионально-технической подготовки в ПТУ. Компоненты содержания, не входящие в базисную часть, принято называть варьируемым компонентом обучения математике. В силу особых функций варьируемого компонента его содержание определяют специфические дидактические принципы системы профтехобразования: профессиональная направленность, межпредметно-межцикловые связи, политехнизм, мотивация учения.

Остановимся на характеристике варьируемого компонента исходя из этих принципов.

В нашей работе «Разработка функциональных программ для средних ПТУ на основе взаимосвязи общего и профессионального образования» приведены требования, которые взяты в совокупности, отражают специфические дидактические принципы системы профтехобразования¹³². Применительно к учебному предмету их можно сформулировать следующим образом.

Включение в учебный предмет профессионально значимого содержания: теорий, законов, понятий, методов, фактов фундаменталь-

¹³² Барболин М. П., Павлович Л. И. Разработка функциональных программ для средних ПТУ на основе взаимосвязи общего и профессионального образования // Взаимосвязь общего и профессионального образования учащихся средних ПТУ. М., 1983.

ной науки, представителем которой является учебный предмет. Иными словами, содержание должно отражать потребности профессий как в широком смысле — каждым компонентом охватывать максимально большее количество компонентов производственной деятельности, так и в узком смысле — максимально полно и глубоко отражать потребности той специальности, которой адресован данный учебный предмет.

Задачу охвата каждым компонентом максимально большого числа специальностей решает требование содержания образования. Задачу приближения знаний к конкретной профессии может решить требование прикладной ориентации содержания, имеющего два аспекта, первый из которых состоит в наличии в содержании учебного предмета компонентов, непосредственно работающих в данной конкретной специальности, второй — в наличии в содержании учебного предмета аппарата, который также должен рассматриваться как компонент содержания, обеспечивающего обучение учащихся применению знаний в профдисциплинах и производстве.

Кроме специального образования математика как учебный предмет призвана обеспечить единство решения общеобразовательных и профессиональных задач обучения, единство познавательной и трудовой деятельности. В связи с этим важное значение приобретает требование непрерывности познавательного процесса в профессионально-технических, естественнонаучных предметах.

Еще одним требованием является наличие в содержании обучения математике знаний общеполитехнического характера, призванных обеспечить мобильность современного рабочего в быстроменяющихся условиях научно-технического прогресса.

Каким же образом перечисленные требования реализуются в содержании обучения математике? Основным средством реализации специфических дидактических принципов являются межпредметные связи. Реализация межпредметных связей предполагает:

- наличие в содержании компонентов, обеспечивающих потребности общетехнических дисциплин;

- наличие в содержании компонентов, обеспечивающих потребности специальных дисциплин;

- наличие в содержании компонентов, обеспечивающих потребности производства и производственной деятельности по видам специальностей.

Первый из этих аспектов содержания позволяет реализовать требования политехнизма, второй и третий — требование прикладной ориентации.

Общеполитехнический характер содержания предполагает наличие в содержании компонентов, отражающих новые направления математики, перспективы развития современной техники и конкретных производств.

В соответствии с требованием обеспечения непрерывности учебного познания предполагается, что содержание профессионально-технической подготовки должно стать базой и основным материалом при формировании математических знаний, умений и навыков. Поэтому профессионально значимый варьируемый компонент содержания обучения математике должен также предусмотреть наличие компонентов содержания профессионально-технической подготовки, обеспечивающих содержание профессионально-технической подготовки, о которой шла речь выше.

Требование профессиональной значимости содержания является более широким, чем взятые в совокупности все остальные требования. Наряду с перечисленными видами содержания оно предполагает наличие еще таких компонентов, которые не находят прямого применения в процессе профессионально-технической подготовки ее будущей производственной деятельности, но формируют у учащегося необходимые для этого качества, например мотивацию и отношение к будущей профессии.

Остановимся на характеристике каждого из выделенных компонентов профессионально значимого содержания обучения математике как в отдельности, так и в их взаимной связи.

Выбранный подход для конструирования содержания обучения математике для его покомпонентной характеристики позволяет предложить многоуровневую концепцию специализации математического научного знания.

Суть этой концепции состоит в следующем. Все рассмотренные выше характеристики относятся к содержанию обучения математике, рассматриваемому на уровне учебного предмета, где они могут быть выражены в различной дидактической форме. В то же время, как известно, математика, или, что то же, математическая сущность знания, остается неизменной и не зависит от конкретного содержания описываемого ею объекта. Это означает, что перечисленные выше характеристики содержания предполагают не столько различные виды со-

держания (хотя и их тоже), сколько различные дидактические формы выражения этого содержания. Причем наличие этих форм настолько необходимо, что без них ни один из компонентов содержания нельзя рассматривать иначе, как математический.

Чтобы указать эти формы, выделим уровни специализации математического содержания. Под специализацией математического знания договоримся понимать специальную форму его выражения, позволяющую судить о степени его близости к производству и будущей производственной деятельности учащихся профессии того или иного профиля.

В соответствии с этим можно выделить такие уровни специализации профессионально значимого содержания:

профессионально-прикладной (или профессиональный) уровень, характеризующийся тем, что математическое содержание выражено в форме, в которой оно применяется в условиях конкретного производства;

прикладной (или технологический) уровень, характеризующийся тем, что математическое содержание выражено в форме, в которой оно применяется в специальных дисциплинах того или иного профиля;

профполитехнический (или общетехнический) уровень, характеризующийся тем, что математическое содержание выражено в форме, в которой оно применяется в общетехнических дисциплинах того или иного профиля;

общеполитехнический, характеризующийся тем, что математическое содержание не отражает непосредственно специфику данного профиля, хотя и при определенных условиях может быть применимо в целях организации производства и производственной деятельности рабочих;

мотивационно-мировоззренческий, характеризующийся тем, что математическое содержание выражено в форме, отражающей в единстве трудовую и познавательную деятельность и в связи с этим раскрывающей роль математических знаний в преобразующей деятельности человека и роль преобразующей деятельности в развитии математического знания.

Такая классификация дает возможность указать: а) критерии отбора профессионально значимого содержания обучения математике и б) приемы реализации специфических дидактических принципов обучения математике.

Покажем, каким образом отражаются эти уровни в содержании обучения математике.

Математика — это прежде всего форма научного знания, отражающая определенные стороны объектов реальной действительности или мышления. Поэтому, для того чтобы определить компоненты математического знания для каждого класса, необходимо определить объекты, которые характерны для знания каждого уровня. Вместе с тем в математике также имеются собственные объекты изучения, например числа, функции, геометрические фигуры.

Во всех объектах (в реальной действительности или в области научного знания) можно выделить отдельные, например связанные с описанием, построением, применением и т. п., стороны объектов.

Проводя сопоставление этих сторон, мы и можем установить связь между различными видами знаний. С методологической точки зрения это возможно потому, что различные виды научного знания есть не что иное, как разные уровни, разные формы отражения разных сторон объективной реальности. Важность такого подхода диктуется не только возможностью более полного выявления математического знания, но и необходимостью в дальнейшем формировании целостного математического представления об общеполитехническом (или другом, например производственном) объекте.

Наиболее близким к математике по уровню абстракции и по форме отражения на выделенных уровнях является уровень общеполитехнический.

Чтобы определить компоненты математического содержания, соответствующие этому уровню, необходимо сначала выделить общеполитехнические объекты, их стороны и в соответствии с ними совокупность объективных познавательных проблем. Затем их сопоставить с объектными проблемами математики и выделить таким путем математические проблемы и компоненты математического содержания, характеризующие (отражающие) в форме математического знания те или иные стороны общеполитехнических объектов.

К числу общеполитехнических объектов в первую очередь относятся двигатели, передаточные механизмы и материалы. Поэтому прежде всего для них необходимо выделить совокупность объектных проблем и затем, опираясь на них, выделить математические объекты, проблемы и компоненты математического знания, их характеризующие.

В настоящее время проблема выделения аспектных и объектных проблем еще не нашла должного решения ни в математике, ни в дисциплинах профтехцикла. Поэтому можно воспользоваться несколько отличающимися от данного, хотя и близкими к нему вариантами.

Для определения системы математических знаний о техническом объекте можно в качестве исходной взять классификацию общих политехнических знаний об этих объектах. Наиболее четкой, полной, на наш взгляд, является классификация, приведенная в диссертации М. Н. Берулавы¹³³. Она включает знания:

- 1) функции (назначения) изучаемого объекта;
- 2) политехнической области применения технического объекта в различных отраслях производственной деятельности рабочего (с конкретизацией на отдельных примерах, выбор которых является вариативным и зависит от типа учебного заведения, получаемой специальности и т. д.);
- 3) явлений, законов, свойств тел, на конструирование технического объекта;
- 4) принципа действия данного класса технических объектов;
- 5) конструктивных особенностей, общих для объектов данного класса;
- 6) правил условного графического изображения принципиальной конструктивной и функциональной схем данного класса объектов;
- 7) физических и химических свойств материалов, необходимых для создания технического объекта;
- 8) направлений НТП, соответствующих использованию данного объекта и перспектив его совершенствования.

Опираясь на них, можно охарактеризовать систему математических знаний, более или менее полно описывающую технический объект, которую можно отнести к политехническим:

математические модели законов естественнонаучных дисциплин, на которых основано функционирование технического объекта;

математические модели законов, на которых основано конструирование технического объекта;

математическое описание принципов действия технического объекта;

¹³³ См.: *Берулава М. Н.* Междисциплинарные связи общеобразовательных и специальных дисциплин на политехнической основе в сельских СПТУ: Дис... канд. пед. наук. Казань, 1982. С. 65.

математические графики изображения геометрических фигур, логика высказываний и т. и. модели конструктивной и функциональной схем данного класса объектов;

математическое описание свойств материалов, необходимых для создания технического объекта;

математические законы, раскрывающие перспективы развития технического объекта;

история открытия математических законов, лежащих в основе функционирования и конструирования технического объекта.

К общеполитехническим умениям М. Н. Берулава относит:

измерительные умения (умения пользоваться амперметром, вольтметром, термометром, монометром и другими измерительными приборами);

электромонтажные умения (умения собирать электрические схемы);

графические умения (умения читать и строить графики зависимостей, понимать простейшие электрические схемы);

начальные умения самостоятельного изучения технических объектов и технологических процессов на основе работы с учебной литературой;

конструктивно-технические умения (умение проектировать технические объекты);

вычислительные умения;

умения решать расчетные задачи с техническим содержанием;

умения пользоваться химическими веществами,

умения пользоваться источниками энергии.

Опираясь на приведенную характеристику, можно выделить основные виды математических умений:

умения оперировать скалярными величинами, пользоваться справочниками;

умения оперировать математическими выражениями законов физики и законов электротехники;

умения читать графики и геометрические чертежи;

умения строить графики и геометрические чертежи;

вычислительные умения;

умения решать расчетные задачи с техническим содержанием;

умения давать экономико-математическую оценку используемых материалов.

Профполитехнический компонент содержания включает знания о совокупности технических объектов, используемых в рамках одного профиля. Поэтому профполитехнические знания и умения можно рассматривать как конкретизацию общеполитехнических. В этой связи математическое содержание, характеризующее технические объекты, рассматриваемые в рамках конкретного профиля, будет отличаться большей конкретностью. Появятся математические (числовые) параметры, характеризующие конкретные объекты, конкретные производственные условия. Например, М. Н. Берулава, анализируя систему профессионально-политехнических знаний механизатора широкого профиля (сельскохозяйственных профессий), выделяет такие компоненты:

1) знания технические, связанные с изучением конструкции и принципа функционирования технических объектов (приборов, аппаратов, установок, механизмов, машин);

2) знания технологические, связанные с технологией ремонта сельскохозяйственных машин и технологий обработки почвы и сельскохозяйственных культур;

3) знания агрономические, связанные со знанием свойств и условий эффективности жизнедеятельности агробиологических объектов технологической обработки (почвы, растений).

Нетрудно увидеть, что первые два компонента знаний являются конкретизацией знаний общеполитехнических.

Третий же компонент включает знания о новых объектах — объектах реальной действительности (а не просто об объектах науки, как это было со знаниями общеполитехническими). Поэтому естественно, что для описания этих объектов может оказаться недостаточно математических знаний, описывающих технические объекты. Необходимы математические знания, характеризующие жизнедеятельность агробиологических объектов.

Однако общая структура знаний и умений профполитехнических остается той же, что знаний и умений общеполитехнических. Поэтому при определении полноты математических знаний, необходимых для описания технических и производственных объектов данного профиля, может быть использована уже приведенная выше классификация.

Мы дали характеристику математического содержания, обеспечивающего формирование общеполитехнических и профессионально-политехнических знаний и умений. Какое математическое со-

держание необходимо для обеспечения специальных дисциплин? Предметом изучения специальных дисциплин является деятельность рабочего, протекающая в конкретных производственных условиях. К конкретным производственным условиям относятся производственные и технические объекты. Поэтому здесь происходит дальнейшая конкретизация, а также интерпретация математического содержания. Кроме того, здесь необходимо такое математическое знание, которое является характеристикой процесса деятельности, например числовые характеристики прилагаемых усилий и т. д.

Таким образом, прикладному (или технологическому) уровню соответствует математическое содержание, характеризующее параметры технологического процесса и в то же время прогнозирующее деятельность рабочего. Оно служит основой планирования деятельности. Это математическое содержание должно дать целостную характеристику технологического процесса. Общая схема описания системы такого знания аналогична схеме описания технического процесса и включает такие виды знаний:

- математические модели закона естественнонаучных дисциплин, на которых основывается технологический процесс;

- математические модели законов, описывающих условия реализации технологического процесса;

- математическое описание состава и структуры (или математическая модель целостного) технологического процесса;

- графические и другие модели технологического процесса;

- математическое описание свойств производственного объекта, подвергаемого технологической обработке;

- математические законы, раскрывающие перспективы совершенствования технологического процесса;

- история открытия математических законов, лежащих в основе технологического процесса.

Система умений, соответствующая прикладному уровню, включает те же виды математических умений, но с той разницей, что они относятся не к техническому объекту, а к рассматриваемому технологическому процессу.

Особенностью профессионального уровня является использование математических знаний и умений о технологических объектах и технологических процессах в конкретных производственных условиях. Поэтому здесь все виды знаний и умений, относящихся к более высоким уровням, конкретизируются применительно к данному производ-

ственному (техническому) объекту и производственному процессу. Таким образом, общая структура математического содержания включает уже указанные выше виды. Кроме названных видов умений здесь добавляются умения видеть и учитывать математические характеристики производственных объектов и процессов.

Проведенное разграничение математического содержания является до некоторой степени условным. Приведенная классификация носит функциональный характер. Одни и те же компоненты математического содержания (понятия, методы, законы) могут использоваться на разных уровнях, например служить основой принципа действия технического объекта и характеристикой технологического процесса, отличаясь при этом лишь формой и конкретными условиями, в которых они используются. Приведенная классификация позволяет оценить полноту математических знаний с точки зрения обеспечения потребностей профессионально-технической подготовки. В то же время возможность одних и тех же компонентов выполнять различные функции есть основа соединения унифицированной фундаментальной программы математики.

Цели обеспечения мобильности рабочего в условиях научно-технического прогресса, расширения кругозора, выяснения роли познания в преобразующей деятельности человека служит мотивационно-мировоззренческий уровень специализации содержания. Он предполагает включение компонентов математического содержания, характеризующих перспективы развития новой техники и технологии. Сюда в первую очередь относятся математические законы, описывающие новые явления и процессы, происходящие в природе. Для формирования правильного отношения к учебной и производственной деятельности, создания положительной мотивации в содержание обучения математике целесообразно включать материал из истории математических открытий. Поскольку известно, что движущей силой развития математики, появления ее новых областей всегда служили потребности практики.

Мы дали характеристику профессионально значимых знаний и умений. Выделенные виды знаний и умений ориентированы на реализацию в первую очередь образовательных целей. Поэтому важно теперь сказать, какого вида учебный материал необходимо включить в содержание обучения математике для реализации развивающих и воспитательных целей обучения предмету.

Как видно из приведенной характеристики содержания применительно к каждому уровню, оно в основном отличается формой и условиями его применения. Поэтому в содержании обучения математике необходимо предусмотреть систему приемов и способов, обеспечивающих формирование соответствующих компонентов математических знаний. Совокупность этих приемов и способов и будет служить содержанием учебного предмета, ориентированным на реализацию развивающих целей обучения математике. Реализации воспитательных целей обучения математике служит материал историко-математического, экономико-математического характера, материал, раскрывающий перспективы развития новой техники и технологии, материал, ориентируемый на оптимизацию процесса труда при условии дополнения всех этих компонентов материалом оценочного характера с позиций социального заказа.

Мы рассмотрели характеристику содержания каждого уровня. При этом особо обратим внимание на то, что усвоение материала каждого уровня возможно при условии усвоения учащимися материала более низких уровней.

Выделенная совокупность умений может рассматриваться как совокупность аспектных проблем, ибо в их основе лежит не только конкретное содержание, но и соответствующие приемы и способы познавательной деятельности учащихся.

Итак, в процессе применения математических знаний мы выделили несколько уровней. На каждом из этих уровней опять можно говорить о составе, структуре, описании, способе получения, области применения, а также о соотношении этой системы с соответствующими элементами ее на другом уровне. Это сопоставление с ранее пройденными уровнями раскроет поэлементный характер развития знания.

Наличие на каждом уровне звена «применение» говорит о дальнейшем непрерывном развитии знаний.

Теперь полностью становится ясной логика развития знаний на уровне элементов.

В процессе эмпирического познания, собственно математического применения в дисциплинах профтехцикла и в производстве, как показано в § 2 гл. 1, математические знания проходят несколько уровней и на каждом из них реализуется система: состав, структура, описание, способ получения, область применения.

Такая структура развития знаний дает возможность указать системе приемов познавательной деятельности и систему приемов управления деятельностью учащихся.

Приемы познавательной деятельности будут дифференцироваться в соответствии с данной структурой, уровнями развития знания и выделенными ее элементами.

§ 5. Состав, структура и закономерности развития системы методов учения

Методы учения — наименее разработанная категория среди всех остальных дидактических и методических категорий. Однако, для того чтобы говорить о методе учения, необходимо его определить или по крайней мере описать.

И. Я. Лернер сформулировал ряд положений, которые следует учитывать при конструировании методов. В частности, он пишет, что «любой метод как проектируемая субъектом модель его деятельности содержит:

- а) знание о цели деятельности...;
- б) знание о необходимом для достижения способе деятельности;
- в) знание о необходимых и возможных средствах...;
- г) знание об объекте деятельности...»¹³⁴.

В соответствии с деятельностным подходом познание осуществляется в процессе деятельности. Поэтому, говоря о приемах и способах учения, необходимо охарактеризовать в первую очередь виды деятельности, обеспечивающие овладение учащимися методами научного познания и законами диалектики. Говоря о приемах учения, мы имеем в виду те приемы, которые образуют содержание мыслительной деятельности в процессе получения нового знания.

В соответствии с выбранным нами подходом понимания мышления как внутренней системы, являющейся отражением внешней, мы можем с полным правом считать, что познавательные приемы, способы и методы учения есть не что иное, как приемы, способы и методы научного познания, причем в своей логике развития отражающие логику развития форм научного познания.

Способы познания могут быть различными. К ним относятся приемы умственной деятельности, специальные и межпредметные

¹³⁴ Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения. С. 29.

приемы и способы, методы научного исследования, методы научного познания.

Интеллектуальные умения, в основе которых лежат приемы умственной деятельности, являются общими для всех учащихся и по своей структуре не зависят от конкретной науки и образуют основу учебно-познавательной деятельности учащихся.

Приемы умственной деятельности обеспечивают формирование знаний на предметно-действенном, наглядно-образном уровне, т. е. формирование представлений и даже формирование эмпирических понятий как совокупности свойств. Когда же речь идет об определении математических понятий, то здесь используются специальные приемы.

Иными словами, при построении математической теории необходимы специальные приемы и способы. Но в силу принципа многоуровневой цикличности здесь же применяется вся система умственной деятельности. На основе специальных приемов, способов и методов формируются межпредметные приемы, способы, методы. Здесь учащиеся овладевают общими методами научного исследования, используемыми в разных науках.

Методы научного познания отражают общие способы получения знаний, характерные уже не для одной, а для целых классов или даже всех наук.

Таким образом, учение, как и познавательная деятельность, школьника опирается на различные, объективно существующие способы познания.

Вместе с тем ученик должен овладеть каждым из этих способов. Поэтому в методах учения должна быть отражена в соответствии с целями методов динамика овладения.

Наконец, на самом высоком уровне учащиеся овладевают общими законами научного познания. Формирование общих законов познания возможно на основе и с применением всей совокупности приемов, способов, методов познавательной деятельности. Методы учения должны отражать формы движения методов познания в мышлении ученика.

Но естественно возникает необходимость более детально установить, в чем же сходство и в чем различие способов познавательной деятельности и методов учения. В основе тех и других лежат объективные способы познания окружающей действительности, взятые как в целом, так и в элементно-структурном аспекте. Но в первом случае

опосредование осуществляется теми условиями, в которых протекает учебный процесс, т. е. средой обучения, всеми компонентами методической системы. Во втором случае речь идет об опосредовании способов научного познания мышлением ученика, его знаниями и опытом. Поскольку мыслительная деятельность есть отражение внешней деятельности, то внутреннее опосредование (в сознании) в некотором смысле есть отражение внешнего опосредования (в обучении). Однако полной адекватности, по-видимому, здесь нет, ибо при внутреннем опосредовании кроме отражения внешнего (заложенного в методах познавательной деятельности) накладывается (сказывается) еще имеющийся уже у ученика опыт учения. Например, один и тот же способ решения проблемы, задачи ученик и ученый воспринимают (опосредуют) по-разному, один может видеть метод решения класса задач, а другой — проявление общего метода исследования данной науки.

В процессе учебной познавательной деятельности ученик встречается с внешним, опосредованным проявлением способов познания, а не с их сущностью. Проникновение в сущность явлений, как известно, происходит путем обобщений. Применительно к способам познавательной деятельности это означает, что для сознательного овладения способами познания школьники должны учиться пользоваться во все более и более обобщенной форме. Применение в такой форме способов познавательной деятельности к конкретному содержанию наряду с проникновением в сущность предполагает и увеличение самостоятельности, что также свидетельствует об овладении учащимися методами познания. В этом случае в усвоенном способе деятельности ученик вынужден выделить сначала главное (в данных конкретных условиях), а затем его применить. Все это должно быть «запрограммировано» в методах учения, ведущих от внешних ее явлений (средств) к сущности — методу познания.

Исходя из сказанного, методу учения можно дать определение. Метод учения есть опосредованный метод познания, находящийся на определенном уровне развития в сознании ученика.

Данное определение согласуется с высказыванием о процессе учения С. А. Шапоринского: «Школьное учение, не будучи само, в отдельности от обучения, общественно-историческим процессом, в определенной мере отражает исторический процесс познания, но с точки зрения развития *субъективных средств познания* (по аналогии с отражением филогенеза в онтогенезе). В этом отношении учение —

сжатый процесс общественно-исторического развития средств познания»¹³⁵ (выделено нами. — М. Б.).

С учетом изложенного названные выше положения, относящиеся к любым методам, применительно к методам учения можно конкретизировать следующим образом:

а) целью метода учения является овладение методами научного познания;

б) способом для достижения цели будет проникновение в сущность познавательной деятельности через усвоение их разных видов на разных уровнях;

в) средством достижения цели будет изменение с течением учебного процесса способов познавательной деятельности;

г) объектом учения будет познавательная деятельность, реализуемая на различном содержании.

В соответствии со структурой научного познания (см. гл. 1) необходимо различать в методах учения процессуальный и содержательный аспекты. Исходя из этого, можно выделить два направления в развитии методов учения. Первое характеризуется сближением методов учения с методами научного познания. Второе характеризуется развитием содержания учебного материала, на котором методы реализуются. Первое направление достаточно подробно выше уже описано. Во втором можно выделить три уровня: общеучебный, внутрипредметный, межпредметный. В соответствии с этими уровнями в математике, например в теме «Применение производной», можно выделить такие виды приемов:

1. Общеучебные познавательные приемы: анализ, синтез, сравнение, обобщение, конкретизация, абстрагирование, моделирование, формализация.

2. Межпредметные познавательные приемы: анализ форм и отношений производственных объектов и процессов; графическое моделирование производственных объектов и процессов; классификация величин; выделение зависимых и независимых переменных; перевод языка производственных, общетехнических и естественнонаучных обозначений на язык математики; формулирование математической проблемы на основе производственно-технической или естественнонаучной проблемной ситуации; выполнение индуктивных, дедуктивных умозаключений по аналогии; естественнонаучная и производственно-техническая интерпретации математических результатов ре-

¹³⁵ Шапоринский С. А. Обучение и научное познание. М., 1981. С. 16.

шения проблемы; подтверждение математических результатов решения проблемы естественнонаучными и производственно-техническими средствами; планирование действий в естественнонаучных и производственно-технических условиях, отвечающих полученным математическим результатам; осуществление отвечающих полученным математическим результатам действий в естественнонаучных и производственно-технических условиях.

3. Специальные познавательные приемы: измерения величин; операции над числами, выбор и использование обозначений постоянных и переменных величин; замена переменных числовыми значениями; выбор и использование обозначений функции; приращение аргумента, приращение функции, производной функции; нахождение тангенса угла наклона прямой мгновенной скорости; выбор и использование терминов: число, постоянная, переменная, выражения, значение переменной, значение аргумента, значение функции, приращение аргумента, приращение функции, график функции, касательная к графику функции, мгновенная скорость, критическая точка, точка минимума, точка максимума, убывающая функция, возрастающая функция; выполнение операции дифференцирования.

Выделенные три вида приемов и способов связаны между собой. На основе общих приемов анализа, сравнения и т. д. формируются специальные. К специальным снова применяется цикл общих приемов. В результате создаются межпредметные приемы. Применение общих приемов с целью изучения логики развития системы познавательных приемов и способов приводит к выяснению законов познания и общенаучных методов и на этой основе — понятия об общих законах мышления, научного познания и, таким образом, диалектико-материалистического понимания окружающей действительности, мотивации учения и труда, отношения к профессии.

Выделенная система приемов и способов носит обобщенный характер, она не соотнесена с целями и другими компонентами методической системы. Покажем, как это можно сделать. На математическом материале приемы и способы принимают характерную для математики форму деятельности. Поэтому выделенные приемы учения могут рассматриваться как конкретное содержание целей обучения. Такова сущность связи целей обучения и методов учения.

В компоненте «содержание обучения» выделены три уровня и соответственно им три вида содержания. Выделенная совокупность приемов может быть реализована на каждом из этих уровней и соот-

ветственно на каждом из уровней содержания. Аналогично можно говорить о средствах и формах.

Таким образом, в целях содержания мы видим три уровня циклически повторяющегося развития приемов учения.

Из сказанного вытекает, что имеются два направления, характеризующих онтологическую ветвь развития приемов. Можно говорить также о гносеологической ветви их развития, которое происходит в процессе усвоения приемов. В общем виде гносеологическую ветвь развития методов учения (в соответствии с принятым нами определением) можно характеризовать как уменьшение опосредования их другими компонентами методической системы.

Если говорить о приемах поиска и осмысления нового знания учащимися, то по отношению к методам учения следует подчеркнуть, что они являются внутренней сущностью не только названных приемов, но и всех элементов познавательной деятельности учащихся. Поэтому все виды методов учения можно рассматривать как приемы и способы осуществления познавательной деятельности.

§ 6. Состав, структура и закономерности развития системы методов преподавания

Под управляемой мы понимаем такую деятельность учащихся, которая протекает в соответствии с целями и задачами, поставленными преподавателем или учащимися. Говоря об управлении познавательной деятельностью, мы имеем в виду создание благоприятных условий для реализации учащимися приемов и способов учебного познания, а точнее, приемов и методов учения. Этой цели, как известно, служат методы и приемы преподавания.

Под методом учения мы понимаем опосредованный и развивающийся метод познания. Поэтому речь идет о применении учащимися методов познания, овладении этими методами, а наряду с ними об овладении соответствующим содержанием, средствами и формами выражения и о последующем применении их для получения новых знаний. Такого рода деятельность будет осуществляться, если преподавателем будут пройдены соответствующие приемы преподавания.

Основная функция методов и приемов преподавания состоит в том, чтобы организовать имеющиеся знания и опыт осуществления учащимися способов познавательной деятельности. Для того чтобы такие приемы установить, необходимо знать функции учащихся на

каждом этапе реализации способа. Исходным пунктом познавательного процесса является получение информации об объекте познания. Далее осуществляется усвоение и переработка этой информации. А на каждом шаге деятельности в дальнейшем ученику необходима такая информация, которая бы давала ему возможность организовать имеющиеся знания и опыт для приобретения новых знаний.

Исходя из характера приемов познавательной деятельности, которые применяет учащийся для реализации тех или иных функций в процессе деятельности, можно будет охарактеризовать и соответствующие приемы преподавания.

Сквозной функцией является функция восприятия и переработки информации. На первом этапе осуществляется вхождение в проблему. На основе принятой информации определяется целевая характеристика предстоящей деятельности. Поэтому вторая функция — функция целевой ориентации и целеполагания. Далее реализуются функции: третья — организации знаний и опыта познавательной деятельности; четвертая — формирования новых результатов процесса познавательной деятельности; пятая — осмысления полученных результатов процесса познавательной деятельности; шестая — формализации полученных результатов и процесса познавательной деятельности.

С выделенными функциями можно соотнести компоненты учебного процесса. Каждая функция обеспечивается преимущественно содержанием какого-либо одного компонента, конечно, не игнорируя и других. И тогда становится очевидным, что это содержание превращается в руках преподавателя в ведущее средство управления деятельностью учащихся на соответствующем этапе реализации способа познавательной деятельности.

Это содержание и является сущностью приемов преподавания. В процессе управления деятельностью учащихся преподаватель должен давать им информацию, которая позволит учащимся применить тот или иной прием.

Состав и связи между компонентами общего направления, закономерности их изменения и очередность применения изложены в предыдущих параграфах при описании соответствующих компонентов учебного процесса. Все это, очевидно, теперь можно считать характеристикой методов преподавания.

Поэтому можно говорить о пяти направлениях изменения методов преподавания по их внутренней сущности. Однако при этом важ-

но для преподавателя знать не только содержание информации, но и ее форму. Ибо изменение формы передачи информации, как показано психологами, влияет на усвоение ее содержания.

Можно говорить о трех направлениях изменения передаваемой информации по ее форме и соответственно о трех направлениях изменения методов преподавания. Они вытекают из психофизиологической и психологической характеристик мыслительной деятельности и дидактических особенностей формирования качеств знаний учащихся (И. Я. Лернер), часть из которых отражена в принципе организации познавательной деятельности.

Информацию можно различать по характеру принятия: в форме предметной деятельности, наглядных образов, речевой информации.

Другое направление изменения информации характеризует ее свернутость. По мере овладения учащимися содержанием этой информации она подается им во все более свернутом виде.

Еще одно направление характеризуется наличием знаковой фиксации, т. е. материализацией передаваемой информации. Развитие данного направления должно характеризоваться снятием знаковой фиксации информации.

Наконец, генеральное направление развития методов преподавания синтезирует перечисленные; методы реализуются через названные.

Процесс передачи готовых знаний должен смениться процессом управления познавательной деятельностью учащихся посредством содержания других компонентов методической системы.

Имеет смысл говорить о соотношении уже известных знаний и новых. Очевидно, что изменение здесь должно идти в сторону уменьшения новой информации. Только тогда мы можем говорить об овладении учащимися способами познавательной деятельности и методами познания.

В целом изменение методов и приемов преподавания должно идти в направлении уменьшения передаваемой учащимся информации и увеличения самостоятельности.

Говоря о приемах организации познавательной деятельности, мы имеем в виду условия, создаваемые преподавателем, в которых осуществляется учебное познание и формируются конкретные приемы и способы познавательной деятельности. В зависимости от этих условий будут меняться не только характер, вид познавательной дея-

тельности, но и степень трудности их реализации учащимися в процессе получения знаний.

Влияние на приемы и способы можно оказывать посредством изменения степени творчества в процессе их выполнения, за счет различных вариантов задания, подлежащих выполнению приемов и способов преподавателем. В процессе задания приемов и способов преподаватель может с различной степенью определенности указывать на разные компоненты (составляющие) приема или способа познавательной деятельности. В этой связи можно выделить несколько уровней управления познавательной деятельностью, руководствуясь которыми преподаватель переводит мышление учащихся с одного уровня усвоения приемов и способов на более высокий уровень и тем самым управляет процессом развития учащихся посредством его внутреннего содержания, опираясь на диалектический закон развития способов познания.

Первый уровень характеризуется тем, что преподаватель однозначно указывает понятия-объекты и понятия-операции, входящие в состав приема или способа.

Второй уровень характеризуется тем, что однозначно указывается лишь один из видов понятий — объектов или операций, а для другого дается указание на совокупность — класс, к которому понятие принадлежит, и для отыскания требуемого понятия необходим перебор элементов класса.

Третий уровень характеризуется ссылкой на метод, например метод решения класса задач.

Четвертый уровень характеризуется тем, что предъявляется прием умственной деятельности, который нужно применить, чтобы достичь необходимого результата, реализовав при этом прием или способ деятельности.

Пятый уровень характеризуется тем, что даются формально-логические операции, которые необходимо выполнить для реализации способа деятельности, например, предлагается выполнить индуктивное или дедуктивное умозаключение и т. п.

Шестой уровень предполагает указание на метод рассуждения, например на метод доказательства класса теорем.

Седьмой уровень характеризуется тем, что предоставляется общий метод данной науки — дедукция как метод построения математической теории.

Восьмой уровень характеризуется тем, что в процессе познания в качестве ориентира перечисляются общие закономерности развития научного знания и форм познания.

Девятый уровень характеризуется тем, что в процессе познания в качестве ориентира указывается диалектический метод.

«Метод науки, — пишет В. В. Быков, — есть разработанная ученым правильная, т. е. определяемая строением науки, схема упорядоченных операций»¹³⁶. Как видно, деятельность учителя, а вслед за ней и деятельность учеников отвечает этому методу.

Обращаясь к опыту учителей, нередко можно слышать, что обучение есть передача собственного пути познания. Однако как это происходит, ответить они далеко не всегда могут.

В широком смысле преподавание можно понимать как *передачу интеллекта учителя ученику*, «внедрение» этого интеллекта в сознание ученика. «В процессе развития ребенок начинает применять по отношению к самому себе те самые формы поведения, которые первоначально применяли по отношению к нему»¹³⁷.

Таким образом, роль учителя при организации познавательной деятельности состоит в опосредовании средствами ученика (которыми учение владеет) и методами ученика содержания обучения. С развитием учебного процесса это опосредование уменьшается и ученик становится в состоянии сам добывать знания без опосредования учителя, он их в состоянии опосредовать сам. Начинается процесс самостоятельного учения.

Итак, приведенная классификация отражает сущность как методов преподавания, так и методов учения, а значит, и взаимодействия учителя и ученика. Поэтому она является выражением сущности учебного процесса как целого.

Изложенный подход к сообщению учащимся новых знаний — формирование их в рамках имеющихся знаний — есть не что иное, как выражение одной из основных закономерностей диалектического развития (зародыш всякого нового содержится в старом). Общее же направление развития методов есть выражение закона развития от частного к особенному и, наконец, к общему.

Соответствие диалектическим законам описанных методов дает основание утверждать, что они являются выражением объективной (онтологической) сущности учебного процесса.

¹³⁶ Быков В. В. Методы науки. М., 1974. С. 88.

¹³⁷ Выготский Л. С. Развитие высших психических функций. М., 1960. С. 192.

§ 7. Состав, структура и закономерности развития системы средств познавательной деятельности

Под средствами познавательной деятельности мы будем понимать способы выражения фиксации содержания обучения, предназначенного для реализации всех видов целей.

В соответствии с таким пониманием можно выделить три вида средств: реальные объекты и процессы; знаковые заместители реальных объектов и процессов; языки.

Выделение этих трех видов соответствует знаковой концепции научения и концепции развивающего обучения З. И. Калмыковой, в которой выделяются три стадии развития мышления. «На первой стадии ведущим является наглядно-действенное, практическое мышление, которое осуществляется в конкретной ситуации в процессе практических действий с реальными предметами... На второй стадии преобладает наглядно-образное мышление; оно позволяет решать задачи на основе оперирования уже не реальными предметами, а образами восприятия и представлений, содержащимися в детском опыте... На третьей, высшей, стадии развития ведущую роль в мыслительной деятельности приобретает отвлеченное, абстрактно-теоретическое мышление. Мышление выступает здесь в форме отвлеченных понятий и рассуждении, отражающие существенные стороны познаваемой действительности, закономерные связи между ними»¹³⁸.

Если учесть единство внешней и внутренней мыслительной деятельности человека, то становится очевидным, что иного понимания сущности средств обучения при условии выбранной психологической концепции и быть не может.

Объекты и процессы реальной действительности используются на первой стадии развития мышления — наглядно-действенной. Знаковые заместители играют основную роль при формировании наглядно-образного мышления. Формализованные языки, описывающие математическую теорию, служат основным средством обучения на стадии теоретического мышления.

Разумеется, такое разграничение в определенной степени условно и на каждой стадии развития используются средства обучения комплексно, при ведущей роли одного из них. Например, на первой стадии (и даже второй) развития мышления теоретические положения,

¹³⁸ Калмыкова З. И. Психологические принципы развивающего обучения. М., 1979. С.

выраженные в виде формальных языков, являются лишь результатом обучения, полученным с помощью объектов и процессов реальной действительности, но они не могут использоваться как средства получения новых знаний. В самом деле, в начальной школе невозможно выводить новые положения на строго научном теоретическом уровне.

Охарактеризуем каждый из выделенных видов средств.

Реальные объекты и процессы. Математика, как уже отмечалось выше, занимает особое место в системе наук, не относясь ни к гуманитарным, ни к естественным. Предметом ее изучения является не реальная действительность со всеми присущими ей характеристиками, а отдельные ее стороны. Ф. Энгельс дал следующее описание предмета изучения математики. «Чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира, стало быть — весьма реальный материал»¹³⁹. При этом он отмечал: «Но чтобы быть в состоянии исследовать эти формы и отношения в чистом виде, необходимо совершенно отделить их от их содержания, оставить это последнее в стороне как нечто безразличное; таким путем мы получаем точки, лишенные измерений, линии, лишенные толщины и ширины, разные a и b , x и y , постоянные и переменные величины...»¹⁴⁰.

Таким образом, из второго высказывания следует, что формы и отношения должны быть выделены в чистом виде — это с одной стороны; с другой стороны, поскольку мышление еще находится на первой наглядно-действенной стадии, эти формы и отношения должны быть суть материализованными, весьма реальными «вещами», которыми можно было бы оперировать во внешней среде.

Этим требованиям удовлетворяют материализованные модели реальных объектов и явлений. Примерами объектов могут служить натянутые нити, отрезки проволоки, каркасные модели кубов, модели цилиндров и т. д.

Все эти примеры относятся к содержательной стороне знаний. Если средств, представляющих на первой стадии мышления содержательную сторону знаний, достаточно много, то в настоящее время практически отсутствуют средства, представляющие операционную сторону знаний. Познавательную сторону знаний на этой стадии характеризуют наблюдение и эксперимент. Но поскольку в традиционной методике эти приемы не относятся к содержанию обучения, то отсут-

¹³⁹ Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 20. С. 37.

¹⁴⁰ Там же.

ствуется достаточно разработанная методика обучения учащихся по овладению этими приемами. Они применяются в обучении лишь как приемы получения нового знания и потому пока недостаточно отчетливо ясны пути и средства обучения этим приемам на указанной стадии мышления. (Не случайно поэтому и в системе А. М. Пышкало, отражающей структуру процесса начального обучения, не выделены в качестве самостоятельного компонента методы обучения.)

Знаковые системы. Они являются основным средством обучения математике на второй стадии мышления. Примерами таких средств обучения могут служить изображения фигур в геометрии, графы и графики в алгебре. Как уже указывалось выше, в алгебре в последнее время все больше проникает в обучение моделирование приемов доказательства теорем и решения задач, т. е. показ общего способа рассуждения на конкретных примерах. Однако здесь моделируется математическое содержание с помощью математического же содержания. Поэтому как в том, так и в другом случае уровень мышления должен быть не наглядно-образным, а теоретическим.

На второй стадии мышления протекает большая часть обучения. Поэтому учителю необходимо иметь широкий арсенал средств, отражающих: содержательную сторону математики, операционную сторону математики, познавательную сторону математики.

Все эти средства представлены в форме оборудования, в частности средств наглядности: таблиц, диапозитивов, диафильмов. Примеры:

1) содержательная сторона: геометрические изображения изучаемых объектов в математике (прямая, плоскость, сфера и ДР.);

2) операционная сторона: графическое моделирование процессов в математике (сложение чисел на координатной прямой, графики функциональной зависимости, графы отношений, алгоритмы и т. п.);

3) познавательная сторона: модели и алгоритмы (графические схемы, теоретико-множественные модели логических операций, не выступающие в роли математических объектов в момент их использования, например графы анализа и синтеза задач, теорем и т. д.).

В качестве универсального вида оборудования, применяемого во всех группах, служат тетради с печатной основой.

Математический язык (язык как описание эмпирических понятий). В математической теории, как уже указывалось выше, сливаются воедино две стороны — изложение и исследование, язык математики говорит и об объекте познания, и о ней самой (С. А. Шапоринский).

Таким образом, в математическое содержание входят и описываются математическим языком объект познания и способ получения знания. Последний описывается посредством языка математической логики.

Итак, на третьей стадии мышления математическая логика является средством выражения методов познания, а логическая символика — *знаковым* выражением этой логики и тем самым средством обучения приемам познавательной деятельности.

Средством обучения является также математическая символика, фиксирующая математические объекты (содержательная сторона) и операции (операционная сторона).

После того как рассмотрены средства обучения, применяемые на каждой стадии мышления, то становится нетрудным вопрос об указании общего направления изменения характера средств обучения — их развития в учебном процессе. Действительно, на первой стадии средствами являются классы реальных объектов окружающей нас действительности, т. е. материальные образы. На второй стадии средствами являются абстрагированные материализованные модели, т. е. идеальные образы (чертежи, схемы), они носят ярко выраженный двойственный характер. Если на второй стадии нельзя оперировать объектом, то легко можно с помощью средства воссоздать форму. На третьей же стадии отсутствует не только материальная модель объекта, но и даже форма его, осталось одно условное обозначение. Мышление в состоянии оперировать лишь понятием, сформированным заранее, и то только в том случае, если оно в состоянии устанавливать связь символа с образом (по символу найти нужный образ).

Таким образом, средства обучения развиваются в направлении повышения уровня формализации от уровня реальных объектов до языка математических символов, согласуясь при этом с логикой развития содержания.

Мы охарактеризовали онтологическое направление развития средств. При этом реализуется лишь один принцип. Однако в развитии средств обучения должны отразиться и другие принципы. В соответствии с принципом целевой ориентации учащиеся должны овладеть средствами обучения, научиться не только пользоваться ими самостоятельно, но и создавать новые. Поэтому репродуктивная деятельность сначала должна смениться продуктивной. Усвоение средств обеспечивается принципами свертывания их в процессе использования и постоянного снятия знаковой фиксации.

Циклический характер использования средств проявляется в повторяемости их в той же логической последовательности при изучении каждого нового компонента содержания и каждой новой формы деятельности.

Средства обучения можно использовать для поиска и осмысления новых знаний. В соответствии с логикой развития средств в качестве таких приемов сначала используют реальные объекты и отражающие их материальные модели, затем наглядные модели и, наконец, обыденный и математические языки. Суть приемов сводится к замене одних средств другими данного или других видов. Например, при изучении понятий на теоретическом уровне (не переходя на другие, более низкие или более высокие теоретические уровни) совокупность возможных приемов можно представить схематически (рис. 18), введя обозначения: O^{-1} есть определение — отрицание для O_1 , T^{-1} — соответствующий термин, Z^{-1} — общепринятый знак (обозначение); O_2 , T_2 , Z_2 есть соответствующие равносильные но отношению O_1 , T_1 , Z_1 определение, термин, обозначение.

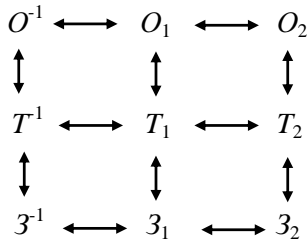


Рис. 18

Приведенная схема верна и для таких математических объектов, как теорема, методы доказательства теоремы, задача, метод (алгоритм) решения задачи.

Для теоремы в роли O_1 будет выступать формулировка, в роли O_2 — равносильная теорема, в роли O^{-1} — обратная теорема (и еще можно рассматривать противоположную теорему). Можно говорить также о названии и обозначении теоремы.

Для понятия доказательства теоремы имеются прямой способ доказательства и способ доказательства «от противного», можно говорить о другом способе доказательства.

Сущность доказательства (понятие) образует совокупность его шагов. Под термином понимают название доказательства, а под обозначением — символическую запись.

Для алгоритма в понятие включается совокупность его операций. Под термином понимается название алгоритма, а под обозначением (если таковое имеется) — специальная общепринятая запись — символ.

В случаях когда происходит осмысление как целого определенной приема или способа, данная схема также будет верна. Например, осмысливая прием обобщения, можно использовать конкретизацию или можно повторить прием (переход $O_1 \rightarrow O_2$) на новом материале.

Осмысление, как уже указывалось, можно также варьировать по методам учения и методам преподавания (но всему набору соответствующих приемов), по содержанию, по средствам, по формам. O_1, T_1, Z_1 и соответствующие им O'_1, T'_1, Z'_1 по содержанию могут быть: а) одного уровня общности (как предполагается в схеме); б) разных уровней общности (O_1, T_1, Z_1 более общие, чем соответствующие O'_1, T'_1, Z'_1 или O_1, T_1, Z_1 менее общие, чем O''_1, T''_1, Z''_1). Схематически вариации можно изобразить аналогично предыдущему (рис. 19).

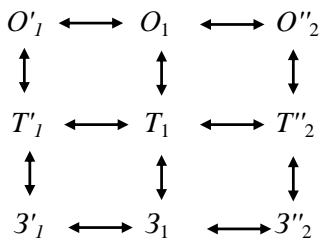


Рис. 19

Обозначая меньший и больший по отношению к данному уровню свернутости соответственно O^c_1, T^c_1, Z^c_1 и O^C_1, T^C_1, Z^C_1 , получим вариант, изображенный на рис. 20.

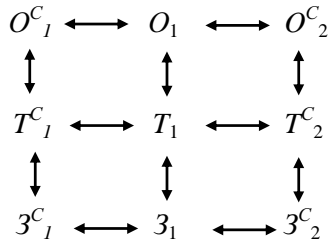


Рис. 20

Все рассмотренные приемы осмысления могут использоваться и в качестве приемов поиска решения проблемы. Если говорить о других элементах способа, то первый его шаг в плане средств определяется с учетом уровня обученности и других внешних факторов и также может варьироваться по всем отмеченным параметрам. Третий элемент определяется в значительной степени средствами второго, а пятый — средствами четвертого. Таким образом, мы получаем возможность представить не только в целом каждый способ, но и все пространство способов.

Остановимся несколько подробнее на языке математики как способе фиксации теоретических знаний, являющихся результатами познавательной деятельности. Основными элементами математического знания являются понятия, суждения, умозаключения. Эти элементы находят свое внешнее материализованное выражение в форме языка математики. Понятию соответствуют термин и математический символ (обозначение). Термин часто выражается в форме слова, а символ — в форме общепринятого (хотя и не всегда) в математике обозначения. Вместе с тем элементом собственно математического языка является символ-обозначение, а термин выступает посредником, разъясняющим смысл понятия, но, заметим, и что самое здесь важное, не исходя из связи этого понятия с другими, как это делает определение (т. е. не относительный, а абсолютный), а исходя в первую очередь из связи понятия с объективной реальностью, человеческой практикой и другими видами научного знания.

Отсюда становится ясным место введения термина при различных подходах к формированию понятий. При индуктивном подходе термин должен вводиться до построения определения, при дедуктивном — после определения понятия. Такой вывод во второй его части совпадает с выводом, к которому пришел Д. Икрамов. Анализируя

структуру определений, он рекомендует «придерживаться единого порядка в формулировке определений: сначала дается определяемое понятие, затем предикат, далее — ближайшее родовое понятие и в конце — видовые признаки... Например... средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника»¹⁴¹. Здесь термин — «средняя линия треугольника»; предикат — «называется»; родовое понятие — «отрезок»; видовые признаки — «соединение середин двух сторон».

Если термин «средняя линия треугольника» введен и сформировано понятие, то вполне естественно начать формулировку определения с уже введенного термина.

А если понятие формируется дедуктивным путем — через установление его места в системе других понятий (мы имеем в виду, что не просто сразу дается определение, хотя и в этом случае рассуждения верны, а оно строится с помощью учащихся) и ранее ничего не было известно о понятии и термине, то ясно, что начинать с нового термина нецелесообразно. Например, определение «Последовательностью называется функция, заданная на множестве натуральных чисел» в первые секунды приводит в недоумение, если о последовательности до формулировки определения ничего не говорилось. В то же время Д. Икрамов без учета подобного фактора рекомендует во всех случаях «в школьной учебно-методической литературе придерживаться единого порядка в формулировке определений»¹⁴². Такая рекомендация, конечно же, не всегда оправдана. Она оправдана в тех случаях, когда понятие формируется путем обобщений. Но в старших классах и в ПТУ возможен и другой путь — формирование понятия через построение определения. И особенно нецелесообразно начинать определение с нового термина, если определение служит исходным пунктом формирования понятия.

При формировании понятий целесообразно руководствоваться тем, что термин и обозначение должны вводиться тогда, когда понятие в основном сформировано. Возможны две схемы:

1) реальные примеры (представления, понятия) → термин, обозначение → определение;

2) определение → обозначение, термин → реальные примеры.

При втором варианте начинать определение с вводимого понятия допустимо в тех случаях, если в определение не вводится специальный

¹⁴¹ Икрамов Д. Математическая культура школьника. Ташкент. 1981. С. 40.

¹⁴² Там же.

термин и это понятие не ново и базируется на имеющихся у учащихся представлениях.

Все сказанное относительно понятий может быть перенесено и на изучение других компонентов математического содержания — теорем, математических методов и т. д. Поэтому детально на этих вопросах останавливаться не будем. Отметим лишь, что все они, как и понятия, выступают в качестве целостных самостоятельных единиц знания и фиксируются в форме самостоятельных единиц математического языка, в частности в форме предложений, включающих термины, обозначающие понятия. На основе предложений формируются математические тексты, описывающие математические законы, теории. Таким образом, параллельно с развитием математического содержания происходит и развитие математического языка, где также можно выделять различные уровни.

Изменение математического языка и других видов средств, согласуясь с развитием содержания учебного материала, должно осуществляться и в профессионально-прикладном аспекте. Используемые словесные описания, графические изображения, символы, формулы должны отражать уровень развития содержания: абстрактно-математический, профполитехнический, профессиональный, производственный. В соответствии с этим в обучении математике наряду с собственно математическими обозначениями должны использоваться обозначения и язык, используемые для описания естественнонаучных, технических, технологических и производственных объектов.

§ 8. Состав, структура и закономерности развития системы форм познавательной деятельности

Исходным пунктом для понимания того, что собой представляют формы познавательной деятельности, может служить положение о том, что внутренняя мыслительная деятельность прогнозируется во внешней материализованной форме и тем самым детерминирована. Поэтому, говоря о формах познавательной деятельности, мы будем иметь в виду формы материализации приемов и способов деятельности, в которой они выступают в процессе обучения математике и служат средством организации учебного познания.

Поскольку исходным пунктом познания является деятельность, то первичной формой предьявления и отражения деятельности будет *участие учащегося в этой деятельности*, например в решении какой-

либо задачи, и при этом деятельность либо очевидна, либо по ходу корректируется преподавателем. Усвоение способа деятельности осуществляется в процессе выполняемой деятельности.

Первая форма соответствует уровню ощущений. Поэтому, естественно, она будет считаться низшей. На этом уровне можно говорить о повторном выполнении действий.

Более высокому уровню — уровню восприятий соответствует предъявление *образца* деятельности. Учащиеся наблюдают деятельность, например, решение задачи или доказательство теоремы с целью их повторения.

Более высокой формой деятельности является описание деятельности посредством языка. Например, указывается последовательность операций с помощью алгоритма, схемы, математической символики и т. д.

Все перечисленные формы задают способы деятельности в явном виде. Наряду с ними имеют место формы, задающие способы деятельности в косвенной форме посредством задания, по ходу выполнения которого выявляется структура деятельности. Примером может быть задание на решение нового примера по аналогии с уже имеющимся решением. Другим примером может служить задание на обоснование выполненных операций при выполнении тождественных преобразований.

Еще одной формой выражения, а точнее — задания способа, является *математическая задача*. Отличительная особенность заключается в том, что способ задается косвенным образом через указание исходных данных задачи и требований задачи.

Являясь формой выражения деятельности, задачи согласуются с логикой развития других компонентов, в частности содержания. В математике в соответствии с уровнями развития содержания можно выделить четыре вида задач: вычислительные, графические, аналитические, теоретические. Эти виды задач можно рассматривать в качестве уровней развития в аспекте средств такой формы, как задача, причем и по восходящей, и по нисходящей линиям. Восходящее направление соответствует повышению теоретического уровня познавательной деятельности в соответствии с логикой эмпирического познания. Нисходящее направление отражает логику теоретического познания, и в частности применение математических знаний. Чем ниже уровень, тем больше возможностей адекватно отразить объекты и процессы будущей профессиональной деятельности.

Однако при этом важно заметить, что в зависимости от характера изучаемого объекта меняется не только вид задачи, но и ее содержание, особенно если речь идет о применении математики. Здесь можно говорить о другой классификации задач, например, по характеру содержания можно выделять задачи профессионально значимые, политехнические, профполитехнические, прикладные, профессиональные. Можно говорить также об изменении задач в аспекте приемов учения, например, о трех типах задач, отличающихся приемами познания: задачах на распознавание, моделирование, обоснование связей между элементами знаний.

Другими формами познавательной деятельности, в которых неявно задаются способы познавательной деятельности, служат *цели и потребности*, предъявляемые производством, обществом.

Нетрудно видеть, что общая логика развития форм выражения познавательной деятельности согласуется с теми формами, которыми они представляются в исследовательской деятельности.

Направления развития форм определяются направлениями развития целей, средств, содержания, методов учения и преподавания. Этими направлениями охватываются все известные виды классификации. Покажем на примерах логику изменения форм по мере усиления прикладного аспекта содержания.

Одной из основных форм установления связей математики с производственным обучением являются учебные задачи с профессиональным содержанием. В таких задачах¹⁴³ скрытое в условии математическое содержание представлено материалом производственного характера.

Опыт показывает, что учащиеся испытывают наибольшие затруднения в выявлении математического содержания подобных задач. Поэтому прежде всего необходимо научить учащихся переводить такие задачи на язык математики. Для этого целесообразно сначала предлагать производственные задачи, в тексте которых математическая часть представлена в явном виде, а затем — более сложные задачи с профессиональным содержанием, для которых предыдущие являются подготовительными.

¹⁴³ При рассмотрении форм прикладного характера использованы материалы статьи: Шамсутдинов М. М., Барболин М. П. Междисциплинарные связи в средних ПТУ // Математика в школе. 1982. № 4.

Приведем пример системы производственных задач, которая составлена по указанному принципу и может быть рассмотрена при изучении темы «Конус».

Сначала введем понятия и обозначения, принятые в технике: D — наибольший диаметр конуса, d — наименьший диаметр (усеченного) конуса, L — длина конуса, α — угол уклона конуса, K — конусность; $K=2\tg\alpha$.

Задача 1. Деталь имеет форму усеченного конуса, у которого $D=100$ мм, $d=70$ мм, $L=150$ мм. Определить угол наклона α , пользуясь формулой

$$\tg\alpha = \frac{D-d}{2L}$$

Подставив в формулу данные числа, учащиеся вычисляют $\tg\alpha$ (он равен 0,1) и по таблицам тригонометрических функций находят ближайшее значение тангенса 0,09923, соответствующее $5^\circ 40'$. В данном случае точность результата определяется таблицами значений тригонометрических функций, данных в учебниках и справочниках по токарному делу.

В следующей задаче учащимся нужно найти формулу, по которой они будут рассчитывать элементы детали.

Задача 2. Требуется обточить конус, у которого $D=70$ мм, $L=180$ мм и $\alpha=4^\circ 30'$. Определить наименьший диаметр конуса.

Решение сводится к нахождению AC из треугольника ABC $|AC| = L\tg\alpha$. Тогда $d = D - 2|AC| = D - 2\tg\alpha$.

Тангенс угла ($\alpha=4^\circ 30'$) равен 0,0787. Отсюда $d = 70 - 2 \times 180 \times 0,0787 = 70 - 28,33 = 41,67$ (мм).

Перед рассмотрением двух последних задач следует вспомнить с учащимися некоторые сведения, получаемые ими во время профессиональной подготовки. Так, учащиеся знают, что обработка конусов наибольшей длины и с большим углом уклона производится путем поворота верхней части суппорта, а конусы с малым углом уклона обтачиваются способом смещения задней бабки станка.

Решение третьей задачи основано на свойстве производной синуса и тангенса (наличие общей касательной в нуле к графикам функций), благодаря которому для малых углов используется приближенное равенство $\sin x \approx \tg x$.

Задача 3. Деталь, имеющая форму усеченного конуса, обрабатывается на токарном станке способом смещения задней бабки. Дается схема закрепления заготовки на станке с указанием оси шпинделя и оси заготовки. Требуется найти величину смещения задней бабки, если известны длина заготовки, длина конической части и диаметры детали.

Задача 4. Каким образом получить на том же станке из той же заготовки конусность детали 0,1, если наибольшее допустимое смещение задней бабки ± 15 мм?

В процессе решения задачи 4 выясняется, что такое смещение задней бабки недопустимо. Следовательно, для получения данной конусности способ смещения задней бабки не годится. Учащимся придется проанализировать другие возможности станка, в частности способ поворота верхней части суппорта.

Другими формами осуществления межпредметных связей могут служить лабораторные работы и комплексные задания. Выполнение их учит применению знаний в новых условиях. С точки зрения задач обучения математике лабораторные работы вырабатывают у учащихся навык приближенных вычислений, учат пользоваться формулами и таблицами, проводить различные измерения и построения.

Преподаватели математики училища № 1 г. Дзержинска уделяют большое внимание проведению лабораторных работ по геометрии. Например, на втором курсе при завершении изучения темы «Фигуры вращения» с учащимися слесарных групп проводится следующая лабораторная работа. Каждому ученику выдается стальная деталь и ставится задача вычислить ее массу. При этом предлагается четкий порядок выполнения задания:

1. Выполнить чертеж в ортогональной проекции.
2. Штангенциркулем произвести необходимые измерения детали и нанести результаты на чертеж.
3. Написать формулу, выражающую массу стальной детали, и сделать необходимые вычисления, используя логарифмическую линейку.

При выполнении этого задания учащиеся используют знания по геометрии, спецтехнологии, техническому черчению, физике.

Необходимо отметить, что к выполнению лабораторных работ учащиеся начинают готовиться с сентября, хотя она впервые проводится во втором полугодии.

В ПТУ № 27 г. Бор Горьковской области накоплен интересный опыт по применению комплексных заданий. В их разработке и проведении принимает участие группа преподавателей. Каждый учащийся получает деталь, которой он должен дать полную характеристику. На уроках технического черчения учащиеся делают эскизы, изображая свои детали в заданной проекции, указывают допуски. На уроках геометрии проводят анализ форм деталей, делают измерения, вычисляют объем и массы деталей с учетом погрешности измерений. На уроке химии описывают химический состав и свойства стали, из которой изготовлены детали и т. п. Нужное оборудование учащимся выдает преподаватель спецтехнологии. Он же контролирует выполнение всего комплекса заданий, руководствуясь графиком работы учащихся по данной теме.

Приведем пример комплексного задания для учащихся группы токарей.

Рассчитать и подготовить двухступенчатый валик к станку ТА 616 по следующим исходным данным: общая длина валика 170 (+0,5) мм; длина 1-й ступени 120 мм; диаметр 1-й ступени 60 (—0,74) мм; диаметр 2-й ступени 40 (—0,62) мм.

Точность обработки по десятому качеству. Припуск на обработку 5 мм по всем размерам. Материал детали Ст45.

Задание предполагает выполнение учащимися следующих видов работ:

1. Вычертить деталь по данным размерам.
2. Определить: а) номинальные размеры; б) припуски размеров; в) действительные размеры после изготовления; г) графически изобразить ноля допусков.
3. Изобразить резец, которым будет вестись обработка, указать главные углы и описать их значение.
4. Описать последовательность заточки (принести резец на зачет).
5. Описать инструмент для проверки углов резца.
6. Указать, из какого материала изготовлен резец, дать характеристику этого материала.
7. По чертежу изготовить деталь.
8. Описать, какие режимы резания были выбраны при обработке детали.
9. Указать, какая форма стружки получилась при обработке.

10. Описать, какие меры следует принять, чтобы уменьшить нагрев резца и продлить срок его службы.

11. Определить стоимость материала изготовленной детали, если 1 кг стали стоит 11 коп.

Во время проведения этой работы закрепляются знания по следующим темам.

Спецтехнология. Основные сведения о токарной обработке металлов, обработка наружных цилиндрических и торцовых поверхностей.

Технология металлов. Основные сведения о металлах и сплавах, их свойства.

Допуски и технические измерения. Основные понятия о размерах и сопряжении в машиностроении, погрешности деталей, основы технических измерений.

Производственное обучение. Ознакомление с устройством токарного станка, упражнения в управлении и наладке станка, соблюдение правил техники безопасности, обтачивание уступов, торцов.

Химия. Обозначение химических элементов.

Алгебра и начала анализа. Расчеты режимов резания.

Геометрия. Углы в пространстве (углы заточки резца). Объем фигур вращения.

Техническое черчение. Чертежи деталей.

Учащиеся получают оценки по всем названным предметам. Результаты работы подводятся на заключительной конференции.

Эффективной формой установления связи математики с производством являются производственные экскурсии, которые широко практикуются в ПТУ.

Во время экскурсии учащиеся наблюдают за теми или иными производственными операциями, получают данные измерения, слушают объяснения экскурсовода и преподавателя, зарисовывают, беседуют с передовиками производства и т. д.

Полученные на производстве сведения учащиеся обрабатывают самостоятельно и по этим данным составляют задачи и чертежи. В целях подведения итогов экскурсии проводится заключительная беседа (конференция) по экскурсии, на которой учащиеся обмениваются мнениями, делают обобщения, разбирают составленные задачи и их решения. В своих выступлениях они дополняют друг друга. Часть материала может быть использована для выставки, математических газет, оформления альбомов, стендов.

Преподаватели математики, осуществляющие межпредметные связи со специальными дисциплинами, как правило, уделяют большое внимание созданию необходимой учебно-материальной базы, а также оборудованию своего кабинета.

В кабинете можно повесить стенд «Контрольно-измерительные инструменты и математика» с размещением на нем инструментов. На стенде дается краткое описание инструмента и задачи, решение которых предполагает использование данного инструмента. Нам пришлось видеть также стенды «На уроках математики», содержащие разработку планов уроков по математике с учетом межпредметных связей, фотоматериалы, альбомы лабораторно-практических работ, комплекты деталей, модели станков и др. Обычно в создании стендов активное участие принимают мастера производственного обучения и учащиеся.

Каждый стенд, каждая модель и деталь, таблица и т. д. используются и на уроках математики, и при проведении внеклассной работы. В условиях ПТУ проблема оптимального осуществления межпредметных связей и вслед за ней интеграция знаний приобретают особую остроту, так как решение их позволяет органически слить общеобразовательное и профессиональное обучение учащихся, а это является одной из основных составляющих подготовки рабочих высокой квалификации.

Формы познавательной деятельности, как и другие компоненты методической системы, находят свое отражение в способах познавательной деятельности, влияя на содержание каждого этапа способов. Их, например, можно использовать в качестве средства поиска и осмысления знаний. При этом могут использоваться такие приемы, как изучение полноты формы (используются задачи с избыточными или недостающими данными), разбиение на части (задачи на подзадачи), замена одной формы другой (переформулировка задачи). В различных формах может быть реализовано решение одной и той же познавательной задачи и т. д. При этом подобно тому, как форма влияет на содержание, разные формы познавательной деятельности влияют на процесс и результаты познавательного процесса.

Глава 5 ОПИСАНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ РАБОТЫ

§ 1. Общая характеристика опытно-экспериментальной работы и внедрения результатов исследования

В целом исследование проблемы, начиная с ее возникновения и включая ее развитие и решение, проводилось в течение девятнадцати лет, с 1970 по 1989 г. Проходило оно в три этапа (1970–1976 гг., 1976–1981 гг., 1981–1989 гг.) в различных типах учебных заведений: школе, ПТУ, институте усовершенствования учителей, факультете повышения квалификации при пединституте, курсах и школах повышения квалификации учителей средних школ и преподавателей ПТУ, пединституте, университете.

Первый этап, являющийся самостоятельным, был начат и завершен не как звено решения данной проблемы, а как совершенно, на первый взгляд, не имеющий никакого отношения к обсуждаемому здесь исследованию. Основной целью его были исследование возможностей и разработка методики изучения элементов прикладной математики, в частности вопросов исследования операций в школе и педагогическом институте с целью подготовки учителей к ведению кружков и факультативов по данной тематике. Была разработана и экспериментально проверена в содержательном и процессуальном аспектах целостная методическая система, включающая кружки (4–6-й классы), три факультативных курса (7–10-й классы), спецкурс (для пединститутов). Экспериментальная проверка проходила в общеобразовательных школах № 313, 452, в физико-математических школах № 30 и 45 Ленинграда, в летней математической школе Вологодской области, Еловинской сельской восьмилетней школе Кичменско-Городецкого района Вологодской области, Вологодском государственном педагогическом институте. Методическая система внедрялась в школах Вологодской области (1976–1982 гг.), в школе № 94 и ПТУ № 3, 50 Казани, школах и ПТУ Ленинграда (1982–1989 гг.)¹⁴⁴.

Формальным результатом данного этапа были дипломная работа и кандидатская диссертация на тему «Элементы прикладной математики (графы и экстремальные задачи на графах) на факультативных занятиях в старших классах средней школы».

¹⁴⁴ См.: Барболин М. П. Элементы прикладной математики на факультативных занятиях: Метод. рекомендации. Вологда, 1981.

С точки зрения обсуждаемого здесь исследования весьма полезными в плане постановки проблемы оказались результаты, касающиеся процессуальной стороны разработки методики изучения прикладных вопросов математики. Были выделены следующие концептуальные положения, на которых строилась разработанная методическая система изучения элементов прикладной математики:

алгоритмизация;

многоуровневое комплексное моделирование с использованием одновременно числовых характеристик, графовых моделей, математических формул;

единый в содержательном (теоретико-множественный) и процессуальном плане (деятельностно-алгоритмический) подход к решению прикладных задач. Для решения задач с использованием ЭВМ за основу был взят способ познавательной деятельности, имеющий следующую структуру:

1. Постановка задачи.
2. Построение математической модели.
3. Построение алгоритма решения.
4. Составление программы.
5. Решение задачи на ЭВМ¹⁴⁵.

Дальнейшее развитие этих направлений привело нас к проблеме изучения состава и структуры познавательной деятельности и построению методики развивающего обучения математике. Поэтому на втором этапе наше исследование проводилось преимущественно по следующим аспектам:

построение способов познавательной деятельности для формирования компонентов знаний алгебры и начал анализа и геометрии;

построение алгоритмов решения типовых задач и использование их для активизации познавательной деятельности учащихся;

построение обобщенной модели способа познавательной деятельности¹⁴⁶;

методика изучения элементов исследования операций в школе¹⁴⁷;

¹⁴⁵ См.: Барболин М. П. Об изложении элементов исследования операций в педагогических институтах // XXVIII Герценовские чтения. Математика. Научные доклады. Л., 1975; Барболин М. П. Вопросы исследования операций в педвузе и в школе // Проблемы подготовки учителя математики в пединститутах. М., 1975.

¹⁴⁶ См.: Барболин М. П. Познавательные модели в обучении -школьников // I городская научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов. Вологда, 1981.

моделирование целостной методической системы обучения предмету.

В результате были построены: система способов познавательной деятельности по курсу алгебры и начал анализа, способы познавательной деятельности для изучения основных компонентов знаний курса геометрии (понятий, теорем, задач), обобщенная модель способа познавательной деятельности, модель методической системы¹⁴⁸.

Совокупность этих моделей была положена в основу построения курсов общей и частной методик обучения математике, читавшихся автором в 1976–1982 гг. в Вологодском государственном педагогическом институте, на городских и областных курсах повышения квалификации г. Вологды и Вологодской области, на факультете повышения квалификации руководящих кадров школ северо-западной зоны РСФСР при Вологодском пединституте. На этой же основе строились уроки во время практики студентов и показательные уроки для слушателей ФПК. Экспериментальная проверка проходила в Новленской и Верховажской средних школах Вологодской области, получила одобрение и внедрялась в Верховажской средней школе.

Однако несмотря на многоаспектность проводимого нами исследования, представить целостную модель учебного процесса оказалось весьма сложно, хотя и остро чувствовалась необходимость этого. В решении этой задачи неоценимую помощь оказал педагогический опыт Т. Я. Саврасовой — учителя математики Верховажской средней школы Вологодской области. В течение 30 лет работы математиком она вела дневник своих наиболее удавшихся и оправдавших себя на практике уроков. Анализ дневников и непосредственное изучение опыта работы педагога¹⁴⁹ позволили не только усмотреть целостный характер и выявить некоторые системообразующие факторы (использование методов анализа, сравнения, аналогии, обобщения и т. д.; логическая организация материала; использование мнемических сигналов и правил; приемы активизации деятельности учащихся), но

¹⁴⁷ См.: Барболин М. П., Курнина И. В. К методике изучения элементов математической экономики в средней школе // I городская научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов Вологда, 1981.

¹⁴⁸ См.: Барболин М. П. О системном подходе к вопросам общей методики преподавания математики // Проблемы улучшения качества подготовки и идейно-политического воспитания студентов. Вологда, 1980.

¹⁴⁹ Некоторые результаты обобщения этого опыта изложены в дипломной работе Г. Н. Молчановой, выполненной под нашим руководством в Вологодском государственном педагогическом институте.

и констатировать — и это мы считаем самым главным в нашем анализе — инвариантный характер многих методических приемов и даже в целом сложившейся методической системы по отношению к разному математическому содержанию.

Подтверждением может служить следующий пример. При переходе на новые программы и учебники часто возникали перед Т. Я. Саврасовой методические проблемы, связанные с поиском эффективных методических приемов. Для того чтобы такую проблему решить, мы вместе с ней анализировали опыт изучения аналогичных (не этих, поскольку их раньше не было) вопросов (например, для изучения первообразной анализировали систему изучения обратных действий), осмысливали использованные ранее методические приемы и переносили их на изучение нового материала. Результат при этом получался просто неожиданным: учащиеся воспринимали материал как естественное развитие уже имеющихся знаний, а учитель считал, что, если есть методическая система, то учащиеся могут усвоить любой материал. Кроме того, нами изучался и обобщался опыт учителей математики Вологодской и Архангельской областей, работающих по методике В. Ф. Шаталова, где также была обнаружена такая характерная черта методической системы, как целостность.

Все это привело к мысли не только о необходимости, но и о возможности с учетом этого опыта создания целостной модели развивающего обучения. Стало совершенно ясно, что речь должна идти о развивающем обучении. Однако в процессе теоретического исследования проблемы возникли трудности с разработкой целостной модели. Оказалось невозможным моделирование ее в рамках одного учебного предмета. Знания одних предметов, как известно, используются при изучении других предметов, при этом они углубляются, расширяются, совершенствуются.

Разрешению этого противоречия способствовало исследование вопросов взаимосвязи общего и профессионального образования в ПТУ. В этой связи нами изучался и обобщался опыт реализации межпредметных связей преподавателей математики профтехучилищ ряда регионов страны. Изучение этого опыта показало, что в практике используется множество различных приемов реализации межпредметных связей, но отсутствует единый общий подход, не разработана система установления связи математики с дисциплинами профтех-

цикла в условиях целостного процесса обучения и тем более учебно-воспитательного процесса¹⁵⁰.

Изучение опыта, а затем и теоретическое исследование взаимосвязи математических и профессионально-технических знаний привели нас к мысли о том, что с целью построения целостной модели обучения предмету необходимо объединить предметы на единой, общей основе. Так возникла предметно-деятельностная концепция развивающего обучения и начался третий этап нашего исследования. Характерными чертами его явилась теоретическая разработка целостной модели обучения предмету и ее экспериментальная проверка.

Результаты теоретического исследования сначала были изложены в ряде статей и затем в монографии автора¹⁵¹.

Экспериментальная проверка теоретической модели проходила на разных уровнях. Сначала был проверен вариант методики изучения математики на подготовительном отделении Вологодского государственного педагогического института. Затем на основе теоретической модели был предложен вариант методики разработки функциональной программы по общеобразовательным предметам для ПТУ¹⁵². И в соответствии с ней была разработана функциональная программа по математике для ПТУ металлообрабатывающего профиля, содержание которой в дальнейшем использовалось при разработке другой, унифицированной многопрофильной программы (в лаборатории методики преподавания математики НИИ профтехпедагогике АПН СССР), в создании которой принимал участие и автор. Отличительной чертой методики и программ (в особенности первой программы) было то, что в них предусматривается не только содержание, но и методическая концепция, реализуемая через систему познавательных задач и способов познавательной деятельности.

На основе функциональной программы по частям и в целом, аспектно и комплексно проверялась и внедрялась разработанная модель обучения. Проверялись эффективность методики изучения отдельных тем, в частности «Производная и ее применение», «Первообразная и

¹⁵⁰ См.: Шамсутдинов М. М., Барболин М. П. Межпредметные связи в средних ПТУ // Математика в школе. 1982. № 4.

¹⁵¹ См.: Барболин М. П. Формирование познавательной деятельности на уроках математики в средних профтехучилищах / НИИ ПТП АПН СССР / Деп. в ВНИИ профтехобразования. 1984. № 59.

¹⁵² См.: Барболин М. П., Павлович Л. И. Разработка функциональных программ на основе взаимосвязи общего и профессионального образования // Взаимосвязь общего и профессионального образования учащихся средних ПТУ. М., 1983.

интеграл», и всего курса алгебры и начал анализа; эффективность методики по отдельным параметрам, в частности по таким, как сформированность знаний, сформированность профессионально-прикладных умений. Проверка проводилась с использованием комплексной методики эксперимента, разработанной в НИИ профтехпедагогики АПН СССР, где замерялись уровень обученности (включающий уровень сформированности знаний и познавательных умений), мотивация учения и труда, отношение к профессии и другие параметры. Важно отметить, что эксперимент проводился как в рамках одного предмета, так и на материале всех основных предметов общеобразовательного и профессионально-технического циклов в ПТУ.

Базой для опытно-экспериментальной работы на данном этапе были выбраны школа № 94 Казани, профтехучилища Казани, Ленинграда, Елабуги.

Внедрение результатов исследования осуществлялось в Татарстане и его столице, в Московской и Вологодской областях, в Республике Марий Эл, в Перми. В Московской области и в Татарстане внедрение наряду с другими формами осуществлялось через научно-практические конференции. Для преподавателей математики профтехучилищ Татарстана в Татарском институте усовершенствования учителей и в специально организованной школе преподавателей математики профтехучилищ при НИИ профтехпедагогики АПН СССР, на курсах повышения квалификации преподавателей математики при Марийском управлении профтехобразования, в Пермском госуниверситете и Вологодском пединституте автором читались специальные курсы. А в Вологодском пединституте и Вологодском областном институте усовершенствования учителей (в том числе и на городских курсах учителей) на основе данной методической системы велись все виды занятий по методике преподавания математики.

Целостная методологическая система положена в основу концепции перестройки системы образования Ленинграда, которая внедряется автором в средние школы и профтехучилища с 1988 г.

§ 2. Содержание и методика экспериментального исследования

А. Деятельностный подход к оценке результатов эксперимента

Особенностью структуры исследования является чередование экспериментальных и теоретических составляющих, их циклическая и

диалектически развивающаяся взаимосвязь. Поэтому в эксперименте можно выделить не только этапы, но и качественно различные уровни, характеризующиеся собственно содержательной стороной — целями и содержанием проверяемого материала и соответствующей процессуальной — организацией, видами, формами и критериями проверки эффективности проверяемых моделей.

В нашем исследовании имели место три уровня экспериментального исследования:

первый уровень — исследование микромоделей, являющихся элементами целостной модели развивающего обучения предмету;

второй уровень — исследование макромоделей в форме целостной модели развивающего обучения отдельному предмету;

третий уровень — исследование гипермодели в форме целостной модели общеобразовательной и профессионально-технической подготовки в ПТУ.

Целью первого уровня являлась проверка сформированности способностей познавательной деятельности, в частности в плане их применения для получения новых знаний в процессе решения познавательных задач (в курсе математики).

На втором уровне целью эксперимента была проверка эффективности целостной модели учебного процесса на материале отдельного предмета. Если раньше выяснялся вопрос о том, как влияет предлагаемая методика на процесс учения учащихся, то здесь нас интересовало то, как влияет она на конечные результаты познавательного процесса. Раньше нас интересовал преимущественно процессуальный аспект, т. е. процесс получения новых знаний, теперь же наряду с ним нас интересует и конечный результат. Но поскольку конечного результата учащиеся добиваются и при традиционном обучении с помощью учителя, когда не ставится специально цель овладения способами познавательной деятельности, то здесь на первый план выступают запланированные результаты обучения, включающие усвоение системы способов познавательной деятельности.

Мы не проверяли эту модель на микроуровне (сформированность отдельных способов), а выясняли ее эффективность на уровне целостной системы способов и закономерностей их развития, выраженных принципами. Такая система способов была разработана по отдельным темам и в целом по курсу алгебры и начал анализа, ибо проверка на макроуровне невозможна на примере одного-двух способов и на малом содержательном материале. Если речь идет о провер-

ке системы способов, то для нее должна быть взята вся система способов как целое с наличием всех закономерностей, подлежащих проверке.

В то же время, говоря о целостной системе, необходимо соблюдать требование минимальности. В нашем случае минимальной будет система способов познавательной деятельности, образующая познавательный цикл; наибольшей — система способов познавательной деятельности, охватывающая систему познавательных циклов процесса познания в курсе алгебры и начал анализа. На этой системе способов познавательной деятельности проверялась совокупность принципов организации познавательной деятельности, реализуемых посредством методической системы с ее закономерностями.

Содержательная основа на макроуровне моделировалась и проверялась в форме функциональной программы.

На третьем уровне проверялась целостная модель формирования математических знаний, построенная с учетом взаимосвязи общеобразовательной и профессионально-технической подготовки. С целью наиболее полной реализации специфики взаимосвязи проверка проводилась на базе нескольких взаимосвязанных общеобразовательных и профессионально-технических предметов.

Б. Характеристика критериев проверки эффективности теоретической модели

В настоящее время вопрос о критериях проверки эффективности учебных моделей в педагогической науке решается неоднозначно. Однако применительно к нашему исследованию, ядром модели которого является познавательная деятельность, этот вопрос, в частности в плане его логической структуры, может быть решен достаточно определенно. Л. М. Фридман характеризует ее следующим образом: «Формирование такой (целенаправленной учебной деятельности. — М. Б.) деятельности у всех учащихся есть весьма сложный и длительный процесс. Эта деятельность формируется в совместной работе детей с учителем. Ученики, придя в школу, не обладают такой учебной деятельностью. Поэтому учитель сначала все делает сам: ставит учебные задачи, создает нужные учебно-познавательные ситуации, дает образцы действий в этих ситуациях, показывает процесс выполнения, контроля и оценки этих действий. Ученики же все эти дейст-

вия выполняют как бы “держась за руку” учителя, подражая ему, но с полным пониманием сущности выполняемых действий.

“Формирование учебной деятельности, — указывает Д. Б. Эльконин, — есть процесс постепенной передачи выполнения отдельных элементов этой деятельности самому ученику для самостоятельного осуществления без вмешательства учителя” (Эльконин Д. Б. Психология обучения младшего школьника. М., 1974. С. 53).

Следовательно, о сформированности учебной деятельности у ученика можно судить по тому, насколько **самостоятельно и сознательно** (выделено нами. — М. Б.) он выполняет все указанные выше элементы структуры подлинно учебной деятельности, — конечно, под руководством учителя и при взаимодействии со своими товарищами.

Вопрос о том, в каком порядке, каким образом, в каких классах учитель должен передавать учащимся для самостоятельного выполнения отдельные элементы учебной деятельности, еще до конца не решен»¹⁵³.

С учетом вышесказанного, поскольку предлагаемая нами логика формирования познавательной деятельности согласуется с данной, в качестве основных критериев сформированности познавательной деятельности могут быть взяты критерии, включающие характеристики осознанности и самостоятельности выполнения элементов структуры познавательной деятельности, которые, как мы считаем, необходимо было добавить, рассматриваются в развитии.

Однако только поэлементной оценки познавательной деятельности, для того чтобы проследить и оценить ее развитие, недостаточно. Необходимо более разносторонний, а точнее — целостный подход к ее оценке. Более удовлетворительную с этой точки зрения характеристику оценки дает Л. М. Фридман в другой своей работе: «...что значит сформировать у школьников учебную деятельность?»

Это значит, во-первых, что у них должна быть развита устойчивая мотивация, направленная на познание сущности изучаемых учебных предметов, выражающаяся в ненасыщаемой жажде знаний, всестороннем интересе ко всем явлениям окружающей жизни, в постоянном желании собственного совершенствования. Во-вторых, учащиеся должны овладеть действиями по научно-теоретическому познанию действительности: уметь выделять из изучаемого материала его

¹⁵³ Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. М., 1983. С. 91.

предмет, его сущность и всеобщие отношения, характеризующие эту сущность, видеть общее в отдельных частных случаях; намечать путь предстоящей познавательной деятельности, зная ее цель, уметь предвидеть все особенности этого пути и конечный результат; контролировать и оценивать свою деятельность, отдельные ее шаги и результат. В-третьих, у учащихся должны быть сформированы потребность и способность к рефлексивной деятельности, направленной на выделение и фиксацию в своей собственной деятельности всеобщих отношений и обобщенных структур. В конечном итоге сформированность учебной деятельности означает превращение ее в «родовую» деятельность наряду с «видовыми», игровой и трудовой, т. е. превращение в такую деятельность, которая будет характерной для человека на всем его жизненном пути, которая будет определять его сущность, способствовать развитию его как личности»¹⁵⁴.

Из сказанного вытекает, что наряду с операционной стороной сформированная познавательная деятельность характеризуется мотивационной и личностной.

Остановимся на характеристике критериев проверки эффективности разработанных моделей по уровням экспериментального исследования. На первом уровне за основу нами была взята методика проверки качеств знаний учащихся¹⁵⁵. Она использовалась для проверки сформированности содержательной основы познавательной деятельности, т. е. на первых трех уровнях сформированности познавательной деятельности. Далее эта методика была нами развита и адаптирована применительно к процессуальной стороне познавательной деятельности (включая при этом содержательную). На основе разработанной теории развития системы познавательной деятельности определены уровни сформированности познавательной деятельности, дана содержательная характеристика каждого уровня, выделена и раскрыта совокупность качеств, характеризующая сформированные способы познавательной деятельности, и совокупность качеств, характеризующая сформированную систему познавательной деятельности.

Приведем сначала качественную характеристику способов и системы познавательной деятельности как целостных объектов знания.

¹⁵⁴ Фридман Л. М. Моделирование в учебной деятельности // Формирование учебной деятельности школьников / Под ред. В. В. Давыдова, И. Ломшера, А. К. Марковой. М., 1982. С. 73–86.

¹⁵⁵ См.: Качество знаний учащихся и пути его совершенствования / Под ред. М. Н. Скаткина, В. В. Краевского. М., 1978.

Качества способов познавательной деятельности

Полнота сформированного способа познавательной деятельности характеризуется количеством сформированных приемов, входящих в данный способ и предусмотренных программой.

Глубина характеризуется количеством осознанных структурных связей между приемами в пределах данного способа познавательной деятельности.

Обоснованность характеризуется умением обосновывать применяемые приемы и систему приемов данного способа познавательной деятельности.

Оперативность характеризуется готовностью применять приемы познавательной деятельности в процессе реализации способа.

Гибкость характеризуется скоростью нахождения новых приемов, исходя из конкретных условий применения способа.

Конкретность и обобщенность характеризуются степенью обобщенности описания данного способа, используемого в процессе познания.

Свернутость и развернутость характеризуются количеством шагов, описывающих приемы и используемых при описании реализуемого способа познавательной деятельности.

Систематичность характеризуется осознанностью логических связей и логики в целом системы приемов, входящих в способ познавательной деятельности, включая осознание одних приемов как базовых для других.

Системность характеризуется наличием в сознании учащихся структуры знаний, отражающих научную теорию (фрагмент теории) о способе познавательной деятельности как элементе процесса познания.

Диалектичность характеризуется умением осуществлять диалектические переходы в рамках данного способа и от одного способа к другому.

Система качеств знаний, выделенная И. Я. Лернером, является подсистемой, характеризующей содержательную основу способа познавательной деятельности, и в этом смысле она есть подсистема системы качеств способов познавательной деятельности. Аналогично приведенную систему качеств способов познавательной деятельности можно рассматривать как подсистему системы качеств целостной системы познавательной деятельности.

Качества системы познавательной деятельности

Полнота сформированной познавательной деятельности учащегося характеризуется количеством сформированных способов познавательной деятельности, предусмотренных программой.

Глубина характеризуется количеством осознанных существенных связей данного способа с другими способами.

Обоснованность характеризуется умением логически обосновывать применяемый способ познавательной деятельности.

Оперативность характеризуется готовностью применять способ для получения знаний как внутри данного предмета, так и в других предметах.

Гибкость характеризуется скоростью нахождения новых способов, исходя из новых конкретных условий.

Конкретность и обобщенность характеризуются степенью обобщенности описания данного способа, применяемого в процессе решения познавательной задачи.

Свернутость и развернутость характеризуются количеством описаний конкретных способов в процессе реализации их системы.

Систематичность познавательной деятельности предполагает осознание состава совокупности применяемых способов познавательной деятельности, их иерархии, т. е. осознание необходимости сформированности одних способов для сформированности других.

Системность познавательной деятельности выражается в наличии в сознании учащихся структуры системы способов, соответствующей диалектике их развития в процессе познания.

Диалектичность характеризуется владением диалектическим методом в процессе учебного познания.

В процессе формирования качеств познавательной деятельности можно выделить уровни сформированности, соответствующие уровням ее развития, и в соответствии с уровнями определить критерии оценки.

На первом уровне качественно сформированная познавательная деятельность должна характеризоваться полнотой, на втором — глубиной, на третьем — обоснованностью, на четвертом — оперативностью, на пятом — гибкостью, на шестом — конкретностью и обобщенностью, на седьмом — свернутостью и развернутостью, на восьмом — систематичностью и системностью, на девятом — диалектичностью.

Выделенные уровни применимы к каждой из трех подсистем качеств.

Для проверки сформированности познавательной деятельности, исходя из содержательной характеристики уровней, разрабатывались контрольные задания, выполнение которых затем оценивалось с учетом содержательной характеристики конкретных качеств.

Исходя из целей второго этапа (уровня) экспериментального исследования, при проверке эффективности целостной модели организации учебного процесса мы ориентировались на конечные результаты определенного законченного отрезка учебного процесса, характеризующегося, с одной стороны, законченностью содержания учебного материала (темы, раздела, учебного предмета), а с другой — законченной системой познавательных циклов. Замерялись следующие параметры: уровень обученности (по вышеизложенной методике), уровень мотивации учения и труда (по методике О. С. Гребенюка), отношение к профессии (по методике НИИ профтехпедагогике АПН СССР).

На третьем этапе (уровне) экспериментального исследования проверялись те же параметры, но в рамках целостного процесса обучения.

§ 3. Основные результаты экспериментального исследования

Характерной чертой экспериментального исследования является сохранение единства в подлежащей проверке модели содержательной и процессуальной сторон по мере развития учебного процесса по годам обучения. В этой связи можно выделить три звена: первое — 4–5-й классы, второе — 6–8-й классы, третье — 9–10-й классы (и профтехучилища, дающие среднее образование).

Выделенные звенья друг от друга отличаются и содержанием учебного материала, и характером формируемой в каждом из них системы познавательной деятельности учащихся. Вместе с тем между звеньями имеет место преемственность, которая также в нашей экспериментальной работе носит специфический характер. Специфика заключается в том, что содержание учебного материала характеризуется линейностью, т. е. расположение материала в программе преимущественно линейное, а система способов познавательной деятельности от звена к звену циклически повторяется в процессе своего диалектического развития.

Рассмотрим основное содержание и результаты экспериментальной работы по звеньям. В 4–5-м классах формировались обоб-

щенный прием познавательной деятельности, названный нами условно приемом обращения к известному, и приемы умственной деятельности.

В качестве объектов познания берется конкретное содержание, и познание осуществляется на уровне «содержание—содержание». В процессе поиска новых элементов знаний мы здесь обращаемся не к приемам и способам деятельности и мышления, а к ранее изучавшемуся материалу. Формируется обобщенный способ в следующем виде:

1. Постановка проблемы нахождения новых знаний.
2. Обращение к известному материалу.
3. Решение проблемы на известном материале.
4. Обращение к новому материалу.
5. Вывод относительно поставленной проблемы¹⁵⁶.

Сначала, учитывая уровень мышления учащихся и их жизненный опыт, решались конкретные задачи познавательного характера на учебном материале с использованием различных дидактических средств: реальных объектов и материальных моделей, наглядности, математической символики. В процессе решения постепенно выяснялось, что для получения результата характер учебного материала не является определяющим. Важно, чтобы нашелся материал, с которым учащиеся уже знакомы и который помог бы решить поставленную задачу. С целью облегчения процедуры выявления необходимого вспомогательного материала иногда проводился анализ известного материала. С целью формирования обобщенного способа познавательной деятельности анализировалась структура решения и строилось (с минимальной помощью учителя) словесное описание сначала для конкретных примеров, а затем в обобщенном виде без учета содержания.

Например, после того как учащиеся 4-го класса изучили деление десятичной дроби на целое число, им было предложено самостоятельно вывести правило деления на 10, 100, 1000 и описать, как его получили. Вот что написали при этом ученики.

Баруздин Вадим (основная оценка по математике «3»): «При вычислении столбиком мы заметили, что запятая при делении на 10 переносится на 1 знак, на сто — на два знака влево.

¹⁵⁶ См.: Барболин М. П. Познавательные модели в обучении школьников математике // I городская научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов. Вологда, 1981.

$$37,548:10=3,7548$$

$$58,65:100=0,5865$$

$$879,6:1000=0,8796».$$

Яблокова Люда (основная оценка по математике «5»): «Чтобы вывести правило деления на 10, 100, 1000 и т. д., можно произвести деление столбиком. Возьмем дробь 135,96 и разделим ее на 10, потом на 100:

$$\begin{array}{r|l} 135,96 & 10 \\ \hline 35 & 13,596 \\ \hline 59 & \\ \hline 96 & \\ \hline 60 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 135,96 & 100 \\ \hline 359 & 1,3596 \\ \hline 596 & \\ \hline 960 & \\ \hline 600 & \end{array}$$

Ответ: при делении 135,96 на 10 получилось 13,596, а на 100 — 1,3596, и каждый раз запятая оказывалась левее на столько знаков, сколько нулей в делителе».

После такого рода примеров строилось обобщенное предписание, приведенное выше. Эксперимент показал, что для построения такого предписания достаточно решить 3–5 познавательных задач.

Математическое содержание характеризуется тремя видами понятий: понятия-объекты, понятия-операции, метапонятия. Применительно к содержанию, в частности по отношению к выделенным компонентам, уровень сформированности обсуждаемого способа здесь характеризовался умением давать описания и строить определения понятий-объектов (преимущественно геометрических фигур через ближайший род и видовое отличие) и понятий-операций на алгебраическом материале посредством обращения к известному (использованию известного материала).

В плане сформированности метапонятий, т. е. развития математического и логического мышления, этот уровень можно характеризовать как уровень неосознанного применения приемов умственной деятельности или как уровень обыденного мышления. Учащиеся, например, из множества известных фактов выбирали сравнимые с

имеющимся, ограничивали область поиска, проводили простейший анализ в форме разбиения. Иными словами, осуществляли перебор наличных и ранее известных фактов.

Сформированность способов познавательной деятельности по нашей шкале здесь характеризуется третьим уровнем и соответствующими ему качествами: полнотой, глубиной, обоснованностью.

На этой основе формируется новый уровень познавательной деятельности, который начинает складываться в первом звене школы — в 4-м классе и получает свое развитие во втором звене — в 5–8-м классах. Он характеризуется применением обобщенного приема с постепенной дифференциацией его на приемы умственной деятельности.

С этой целью учащимся предлагались задания, включающие три части: написать способ вывода конкретного правила; дать словесное описание вывода в общем виде; вывести новое правило. Приведем примеры выполнения заданий такого рода. Так, учащимся 4-го класса было предложено написать способ вывода правила сложения десятичных дробей, дать его словесное описание в общем виде (мы использовали термин «общий вид», понимая под этим такое описание, которое можно использовать и для вывода других таких же правил) и затем вывести правило умножения обыкновенных дробей на примере умножения $\frac{2}{5}$ на $\frac{3}{5}$. С этим заданием справились все учащиеся класса,

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5}$$

хотя формулировки правила получились различными. Вот некоторые из этих работ.

М. Плотникова:

$$1. 0,2 + 0,3 =$$

1. Постановка задачи

$$1. \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} =$$

$$2. = \frac{3}{10} + \frac{2}{10} =$$

2. Обращение к старому материалу

$$2. = 0,4 \cdot 0,6 =$$

$$3. = \frac{2+3}{10} = \frac{5}{10}$$

3. Решение задач на старом материале

$$3. = 0,24 =$$

$$4. = 0,5$$

4. Переход к новому материалу

$$4. \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

5. Вывод

5. Вывод

5. Чтобы умножить обыкновенную дробь на обыкновенную дробь, нужно перемножить числители и записать в числителе произведение, потом умножить знаменатели и записать результат в знаменателе

Выполнив всю работу на том же уровне, Л. Кузнецова формулирует правило таким образом: «Чтобы перемножить простые дроби, нужно перемножить числители и знаменатели». А. Смирнов не только формулирует правило, но и приводит свои примеры: «Чтобы умножить простую дробь на простую, нужно сначала умножить числитель на числитель, а потом знаменатель на знаменатель».

$$\text{Примеры: } \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{81}{100}; \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{2}{100}; \frac{8}{100} \cdot \frac{8}{100} = \frac{64}{10000} \text{ »}.$$

Интересно отметить, что М. Плотникова, Л. Кузнецова, А. Смирнов, а также другие учащиеся, которые в целом по математике не являются сильными, такие работы выполняют не только весьма успешно, но подчас лучше, чем те, которые по математике имеют более высокие оценки. Например, это же задание весьма слабый по математике учащийся (часто вообще не выполняющий задания по математике, успевающий на «3» или иногда неуспевающий) А. Дубицкий выполнил таким образом: первую часть задания он пропустил, а выполнил вторую и третью:

План

- | | |
|--|--|
| 1. Постановка задачи | $\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10}$ |
| 2. Обращение к старому материалу | $0,7 \cdot 0,3$ |
| 3. Решение с помощью старого материала | $0,7$
$\times \frac{0,3}{10}$
$0,21$ |
| 4. Возвращение к новому | $\frac{21}{100}$ |
| 5. Вывод | Чтобы умножить простую дробь на простую, нужно умножить знаменатель на знаменатель, а числитель на числитель |

В эксперименте задания варьировались по характеру ориентировочной основы. В качестве ориентировочной основы вместе и по отдельности давались ранее решенные примеры и соответствующие им обобщенные предписания. Используя предписания, мы постепенно подводили учащихся к осознанию приемов обобщения и конкретизации. С целью обучения учащихся аналогии использовались в качестве ориентировочной основы ранее усвоенные способы изучения конкретных вопросов математики, т. е. задание включало две части: написать способ вывода уже известного правила и написать способ вывода нового правила.

При этом оказалось, что наибольший познавательный эффект получается при одновременном использовании обоих видов ориентировочной основы, как это показано выше в примере с умножением дробей. Здесь учащиеся сначала обращаются к алгоритмическому предписанию. Если им не ясен какой-то шаг, то они разбирают его на предложенном им известном конкретном примере, затем переходят к алгоритмическому предписанию и уже потом возвращаются к выполнению задания. При такой методике с целью управления деятельностью учащихся достаточно указать им на последовательность переходов. Если переходы будут сделаны аккуратно, то вопросов, как правило, не возникает. Это объясняется тем, что учащиеся в процессе переходов применяют систему взаимно дополняющих приемов: конкретизацию (переход от предписания к известному примеру), обобщение (переход от примера к предписанию), конкретизацию (переход к новому заданию) и параллельно с ней аналогию (с известным примером).

Данная методика особенно эффективна при работе со слабыми учащимися и при «открытии» и усвоении математических методов во всех классах школы и ПТУ. Наряду с познавательным она дает большой развивающий эффект. Учащиеся, овладев этой методикой решения познавательных задач, оказываются в состоянии проводить весьма отдаленные аналогии и далеко идущие обобщения на самом различном материале, не пользуясь непосредственно алгоритмическими предписаниями приемов.

В этой связи нами было проведено два эксперимента: один — с учащимися 4-го класса, уже владеющими этой методикой, другой — с учащимися 6-го класса, которым подобная методика была сообщена впервые в форме указаний в очередности использования трех столбцов.

Учащимся 4-го класса было показано, как можно найти площадь прямоугольного треугольника, зная способ нахождения площади прямоугольника. После чего им предложено самостоятельно найти сумму внутренних углов сначала треугольника, а затем произвольного четырехугольника и пятиугольника. (Поскольку учащиеся к этому времени еще не были знакомы с геометрическими доказательствами, то в этих заданиях на выполнение ими четвертого пункта способа их не ориентировали.)

Для первых двух задач правильные ответы получили все учащиеся класса, хотя описания способов решения задач получились различными. Для третьей задачи решение получили 70% учащихся, а двое учащихся решили эту задачу (по нашему предложению) для произвольного многоугольника. Приведем примеры решений.

Яблокова Л.:

1. Чему равна сумма внутренних углов  ?

2. 

3. 

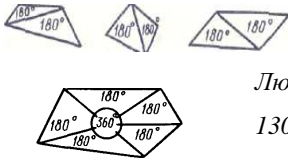
4. Вывод

1. Чему равна сумма внутренних углов произвольного четырехугольника?

2. Мы знаем, что сумма внутренних углов прямоугольного или произвольного треугольника равна 180° , а любой четырехугольник можно разделить на два треугольника.

3. Так как любой четырехугольник состоит из двух треугольников, мы делим его на два треугольника. Сумма внутренних углов у каждого из них 180° , а их всего два. Значит, 180° нужно умножить на два $180^\circ \cdot 2 = 360^\circ$.

4. Сумма внутренних углов произвольного четырехугольника всегда равна 360° .



Любой четырехугольник – объединение двух Δ .

$$180 \cdot 2 = 360 \text{ (}^\circ\text{)}$$

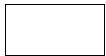
$$360 \cdot 2 = 720 \text{ (}^\circ\text{)}$$

Мамонтова М.:

1. Чему равна сумма внутренних углов Δ ?

2.

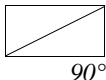
$$90^\circ \quad 90^\circ$$



$$90^\circ \quad 90^\circ$$

3.

$$90^\circ$$



$$90^\circ$$

$$\text{Сумма } \Delta = 180^\circ$$

4. Сумма внутренних углов Δ равна 180° .

1. Чему равна сумма внутренних углов четырехугольника?

2. В произвольном треугольнике сумма внутренних углов равна 180° .

3. Каждый произвольный **прямоугольник** (выделено учащейся. — М. Б.) можно разделить на два произвольных треугольника, где сумма внутренних углов каждого равна 180° . Тогда сумма внутренних углов четырехугольника равна $180^\circ + 180^\circ$.

4. Сумма внутренних углов произвольного четырехугольника всегда равна 360° ($180 + 180$).

множества входят в новые числовые множества, а с помощью уравнений тут же иллюстрируется, как с помощью известных чисел строятся новые числовые множества. Причем на каждом шаге расширения числового множества «просматривается» вся такая логическая цепочка.)

При нашей же методике нет необходимости специально объяснять учащимся, что одни знания являются средством получения других, что одни знания в процессе своего развития переходят в другие.

Одновременно с выделением содержательных линий незаметно для учащихся как естественная необходимость (сравнения различных видов содержания) изменились и приемы — обобщенный прием обращения к известному материалу распался на несколько частных: прием аналогии, прием конкретизации, прием обобщения и т. д. В то же время учащиеся видели, что эти приемы уже более достоверны, чем прежний обобщенный прием обращения к известному материалу, полученные посредством их знания вызывают больше доверия. В связи с этим учащиеся все больше начинают задумываться об истинности знаний. Однако окончательный ответ на этот вопрос они получают в 6-м классе, хотя уже и здесь проводят дедуктивные рассуждения.

Сформированная познавательная деятельность пока характеризуется пятым уровнем и соответствующими качествами: полнотой, глубиной, обоснованностью, оперативностью, гибкостью. Таковы основные итоги развития знаний и способов познавательной деятельности в 4–5-м классах.

Во втором звене основной целью было овладение учащимися обобщенными способами познавательной деятельности (включающими совокупности приемов), ориентированными на формирование основных компонентов математических знаний. В связи с этим объектами познания были математические методы, описания математических объектов, способы преобразования математических объектов, способы математического описания естественнонаучных и профессионально-технических объектов. Дальнейшее развитие получили содержательные линии: числовая, функциональная, тождественных преобразований, уравнений, неравенств. На более высокий уровень формализации поднята логическая составляющая. Эксперимент показал следующее.

Обобщенные способы познавательной деятельности и математические методы, представленные в форме алгоритмических предписаний, являются важным средством формирования системности зна-

ний и могут служить основой укрупнения дидактических единиц в 6–8-м классах. Можно выделить следующие укрупненные единицы: тождественных преобразований; уравнений и неравенств; систем уравнений и неравенств; определения, задания и исследования функций и др.

Укрупненные дидактические единицы, основанные на способах познавательной деятельности, в дальнейшем становятся основой циклического укрупнения материала.

С целью проверки эффективности способов познавательной деятельности (включающих совокупности приемов) при формировании новых знаний нами был проведен следующий эксперимент. Учащимся, окончившим 6 классов и не участвовавшим ранее в эксперименте, предлагалось самостоятельно изучить новый материал — арифметический квадратный корень, который учащиеся должны будут изучать в конце 7-го класса. Им был предложен вариант тетради с печатной основой, в котором запрограммирован способ познавательной деятельности, включающий такие приемы, как обобщение-конкретизация, обобщение-конкретизация параллельно с аналогией. В качестве известного аналогичного материала был специально взят наиболее отдаленный по времени материал об изучении действия вычитания и формировании понятия разности двух чисел. Инструктаж был проведен так же, как в описанной выше работе учащихся 4-го класса с использованием двух видов ориентировочной основы.

Всего в эксперименте принимали участие 9 учащихся. Все они справились с работой. В процессе эксперимента проводился хронометраж и использовался метод самооценки деятельности. В среднем на выполнение задания учащимися было затрачено в 1,7 раза меньше времени, чем на такую же работу при изучении материала по традиционной методике. Ответы учащихся на вопросы по самооценке деятельности свидетельствуют о том, что они весьма положительно относятся к этой работе. Вот некоторые из их высказываний, сделанных сразу по окончании работы.

Водолазова В.: «Этот способ изучения нового материала очень удобен и интересен. Все пункты понятны. Способ интересен тем, что совершенно незнакомую для тебя тему постигаешь своим умом».

Куваев С.: «Этот способ изучения материала интересен и понятен».

Чаев В.: «В некоторых местах трудно, но разбирать таким способом новые темы интересно, материал лучше запоминается».

По результатам эксперимента можно сделать следующие выводы: 1) предлагаемый способ является эффективным средством переноса опыта познавательной деятельности в изучении математических методов (в данном случае — в области изучения обратных действий); 2) способ предоставляет большие возможности для организации самостоятельной работы учащихся и самоуправления познавательной деятельности, развития познавательных способностей, укрупнения дидактических единиц, формирования системы знаний.

Был также проведен специальный эксперимент по самоуправлению познавательной деятельностью, в частности по осмыслению — осознанию, обобщению и моделированию ее самими учащимися. С этой целью после овладения методами решения типовых задач предлагалось вспомнить, проанализировать и описать способ решения, т. е. составить план своих действий, которые выполняются при решении задачи. (Для того чтобы общение с учеником было предметным, ему указывалась решенная им же задача, которую он имеет право использовать в качестве ориентира.) После решения задач на доказательство было предложено составить план ответа на вопрос: как я решаю задачу на доказательство? При этом с целью управления деятельностью было рекомендовано вспомнить решение, точнее — ход решения задачи, и описать по возможности каждый шаг. Вот некоторые из ответов на поставленные вопросы.

Вова Б.

«1. Изучаю условие задачи: а) читаю; б) разбираюсь в условии.

2. Делаю рисунок.

3. Ищу способ доказательства и подбираю нужные для него аксиомы и доказанные теоремы.

4. Доказываю.

5. Если надо, то делаю проверку.

6. Делаю вывод».

После данной работы был поставлен вопрос на проверку степени осознанности: какие из этих пунктов присутствуют всегда или должны присутствовать по вашему мнению?

Ответ: «1; 3; 4; 5; б».

Далее было предложено составить план решения задачи, указав в обобщенном виде основные пункты.

Ответ: «План решения задачи:

1. Изучаю условие задачи.

2. Ищу способ доказательства.

3. Доказываю.

4. Проверяю (смотрю в ответ; доказываю повторно).

5. Делаю вывод».

Следующий вопрос: а если задача на вычисление?

Ответ: «То же, но не доказываю, а вычисляю».

Эта работа выполнялась в середине учебного года в 6-м классе. Аналогичная работа, но на материале теорем проводилась с учащимися, окончившими 6 классов. Результаты оказались несколько иными: учащиеся опускают второй пункт — поиск доказательства, а если и говорят о нем, то в основном на уровне конкретных примеров (выполнения чертежей, дополнительных построений и т. п.).

В процессе наблюдения за учащимися, которые составляют такие предписания, выяснился интересный факт. Составив предписание, они в дальнейшем в явном виде им не пользуются. Основное, чем они руководствуются, это цель — решить конкретную задачу. Об алгоритмических предписаниях вспоминают и используют их в случае затруднений: а) для проверки и оценки своей деятельности; б) для ее корректировки как средство контроля.

Обобщая изложенное, можно сказать, что познавательная деятельность второго звена характеризуется вторым уровнем сформированности и соответственно такими качествами, как полнота, глубина, обоснованность, оперативность, гибкость, конкретность, обобщенность, свернутость и развернутость, систематичность.

В третьем звене основной целью было овладение учащимися познавательными циклами в виде системы способов познавательной деятельности либо синтетическим способом познавательной деятельности, охватывающим в целостности математический или профессионально-технический объект познания. Если раньше объектами изучения или, что то же, познания были математические знания или методы познания, то теперь, как видно, таковыми являются сами познаваемые объекты науки, производства или просто окружающей нас действительности (объективной реальности). Основными объектами, на базе которых проводился эксперимент, были действительные числа, функции (в частности, те, которые изучались в восьмилетней школе, и тригонометрические), производная функция, технологические процессы, технические объекты. Техническими объектами служили кинематические схемы (схемы кривошипно-шатунного механизма), в качестве технологического процесса был взят процесс обработки детали на токарном станке.

В виде системы способов познавательной деятельности было организовано повторение материала, касающегося изучения функций в восьмилетней школе (т. е. материала за восьмилетнюю школу), изучение действительных чисел, последовательностей и пределов. В виде явного синтетического способа познавательной деятельности, реализуемого в форме отдельных шагов, изучались тригонометрические функции. В виде неявного синтетического способа, реализуемого в форме системы познавательных задач, осуществлялось изучение применений производной. В первых двух темах объектами изучения являлись математические объекты, при изучении тригонометрических функций объектом познания служил технический объект, при изучении применений производной — технологический процесс.

Поскольку здесь речь идет не о каком-то одном способе, а о системе способов, то при организации познавательной деятельности как системы мы руководствовались принципами организации познавательной деятельности. Тем самым мы проверяли эффективность принципов организации познавательной деятельности учащихся.

Дадим краткую характеристику экспериментальных материалов. При организации повторения были выделены аспектные проблемы изучения функции: проблема построения таблицы числовых данных, проблема построения графика, проблема вывода формулы и т. д. Затем для решения каждой проблемы построен способ познавательной деятельности и таким образом выделена вся система способов познавательной деятельности, образующая полный цикл познания функции как математического объекта. В процессе эксперимента при рассмотрении первой из повторяемых функций (линейной зависимости) все способы использовались в развернутом виде с соответствующими материализованными алгоритмическими предписаниями и ставилась цель усвоения этих способов. При повторении других функций система способов изменялась в соответствии с принципами организации познавательной деятельности (см. гл. 1), в результате чего, как показал эксперимент, способы были усвоены, и при изучении новых функций, в частности тригонометрических, не было необходимости использовать их в столь развернутом виде.

Поэтому изучение тригонометрических функций строилось на основе синтетического способа познавательной деятельности, в котором все остальные способы решения аспектных проблем выступали в свернутом виде в форме отдельных приемов, реализующих определенные этапы решения основной познавательной проблемы, имею-

щей профессионально-технический характер. Ибо теперь уже центральным познавательным объектом (на определенных этапах объектами познания выступали и конкретные элементы знаний о тригонометрических функциях) служил технический объект в форме модели кривошипно-шатунного механизма. При этом математические знания выступали как математические модели, описывающие данный технический объект и способствующие его познанию, хотя и существующие самостоятельно.

Изучение применения производной осуществлялось на еще более высоком уровне, чем изучение тригонометрических функций. Здесь уже была представлена в явном виде структура синтетического способа познавательной деятельности. Познавательный процесс, его содержание и структура определялись лишь системой познавательных задач, которая строилась следующим образом. Основной была цель получения знаний о технологическом процессе — процессе резания металла. В начале изучения темы ставится проблема изучения процесса резания металла, точнее — обработки металла (детали) на токарном станке, и предлагается задача по определению наиболее вероятных мест поломки детали в процессе ее обработки. Затем эта задача разбивается на подзадачи, требующие определения участков возрастания, убывания, максимумов и минимумов усилий, действующих на деталь. Решение этих задач, точнее — необходимость их решения, приводило к созданию математических методов исследования функции, которые тут же использовались для получения практических результатов как естественное продолжение решения поставленной промежуточной или исходной задачи. В проведении эксперимента по данной теме принимала участие Т. Т. Самарканова.

Эксперимент показал, что познавательные циклы, как и способы познавательной деятельности, служат основой укрупнения дидактических единиц и установления взаимосвязи между математическими и профессионально-техническими знаниями на качественно новом уровне — на уровне синтеза, диалектического взаимопроникновения и уже затем генезиса математических и профессионально-технических знаний как целостной совокупности.

В дополнение к перечисленным выше и формируемым на предшествующем этапе развития познавательной деятельности здесь весьма эффективно формируются такие качества знаний и системы познавательной деятельности, как системность, гибкость, оперативность, диалектичность (пока в пределах темы).

Наряду с качественной проводилась и количественная оценка результатов эксперимента по темам. С этой целью проводились контрольные работы, составленные по четырем уровням:

первый уровень характеризуется умением воспроизвести способ на конкретном содержании и в первоначальном виде;

второй уровень характеризуется умением дать материализованное (словесное или схематическое) описание изученного способа;

третий уровень характеризуется умением переносить изученный способ на решение других математических задач;

четвертый уровень характеризуется умением применять изученный способ (метод) для решения задач из дисциплин профтех-цикла.

Результаты контрольной работы определялись по условно выделенным пяти уровням с оценкой по каждому заданию:

I — ответ полный — 4 балла;

II — ответ частично полный — 3 балла;

III — ответ неполный (фрагментарный) — 2 балла;

IV — ответ неудовлетворительный с попытками решения — 1 балл;

V — к заданию не приступал — 0 баллов.

В темах, где объектом изучения является профессионально-технический объект, все задания носили профессионально значимый или профессионально-прикладной характер. А поскольку речь идет о способах деятельности, то результаты работы говорят в первую очередь о сформированности профессионально значимых и профессионально-прикладных умений.

Приведем один из вариантов такой работы по теме «Производная и ее применение»:

1. Вывести формулу мгновенной скорости.

2. Написать алгоритм нахождения мгновенной скорости.

3. Исследовать функцию $|x| = x^2 - 4x + 5$ и построить ее график.

4. Жестяная банка заданного объема должна иметь форму цилиндра. При каком соотношении между диаметром и высотой расход жести будет минимальным?

Приведем количественные результаты по теме «Применение производной», которые были получены следующим образом. Из числа контрольных работ были составлены выборки одинакового объема по 30 контрольным работам. Результаты этих работ представлены в табл. 2.

Уровни	I	II	III	IV
Контрольные работы				
		%		
I	71,5	36,0	27,0	11,0
II	83,3	58,3	47,3	26,6

Поскольку в заданиях речь идет о реализации способов деятельности и математических методах, то результат выполнения задания говорит о сформированности в первую очередь умений, в данном случае профессионально значимых, поскольку задания строятся на профессионально значимом материале.

Из табл. 2 видно, что в процессе экспериментального обучения возрос процент выполнения каждого задания. Из характера заданий видно, что первый и второй уровни характеризуют профессионально значимые умения, а третий и четвертый — профессионально-прикладные умения: умения осуществлять перенос знаний в новые профессиональные условия, получать новые знания прикладного (технического, технологического, производственного) характера. В соответствии с задачами исследования (эксперимент проводился в рамках программы НИИ профтехпедагогике АПН СССР по реализации взаимосвязи общего и профессионального образования в ПТУ) нас интересовали прежде всего третий и четвертый уровни.

Анализ заданий показал, что в результате экспериментального обучения учащиеся научились строить алгоритмы и с помощью их решать задачи не только, когда математическая модель известна (третий уровень), а также в том случае, когда ставится задача производственного характера и когда математическую модель необходимо строить (IV уровень). У учащихся, уровень усвоения знаний которых соответствует III и IV, построение алгоритмов и работа с алгоритмами затруднений не вызывает. Имеющиеся ошибки относились к процессу построения математических моделей, когда требовалось выбрать или построить аналитическое выражение функции, подлежащей исследованию на экстремум. Это подтверждается и тем, что уровень III сформированности умений возрос на 20,3%, а IV — всего на 15,6%. Действительно, на III уровне осуществлялся перенос знаний в сходные условия и при этом был известен алгоритм. В то же время на

IV уровне осуществлялся перенос знаний в новые условия, и при этом отсутствовал алгоритм построения модели.

Репрезентативность полученных результатов (в соответствии с общеинститутской методикой эксперимента) оценивалась по критерию χ^2 (табл. 3).

Т а б л и ц а 3

Уровни	I	II	III	IV
Объем выборки				
30	86	44	33	13
30	100	70	67	32

$$T_{\text{экс}} = \frac{1}{30 \cdot 30} \left[\frac{(30 \cdot 100 - 30 \cdot 86)^2}{100 + 86} + \frac{(30 \cdot 70 - 30 \cdot 44)^2}{70 + 44} + \frac{(30 \cdot 57 - 30 \cdot 33)^2}{57 + 33} + \frac{(30 \cdot 32 - 30 \cdot 13)^2}{32 + 13} \right] = 24,6$$

Критическое значение критерия χ^2 для $\lambda = 0,05$, $T_{\text{кр}} = 9,488$. Поскольку $T_{\text{экс}} \geq T_{\text{кр}}$, то можно считать, что предложенная методика эффективна.

Реализация полного цикла в обучении формирует целостную систему знаний о данном объекте. Однако наряду с такого рода задачами в обучении возникают и более узкие задачи, связанные с обобщением и систематизацией знаний по определенной теме, разделу и т. д., и при этом не ставится в явном виде конечная цель — цель изучения математического, естественнонаучного или профессионально-технического объекта. Анализ практики показал, что для этих целей часто используются частично свернутые полуциклы. Поэтому и в экспериментальном обучении мы их также использовали для решения аналогичных дидактических задач. Однако в общей структуре познавательной деятельности они рассматривались не как самостоятельные, а как средство перехода от одного типа способов к другому.

Исследование показало, что использование частично свернутых полуциклов целесообразно сочетать с укрупнением дидактических

единиц изучаемого материала. Так, укрупненная дидактическая единица, основанная на частично свернутом полуцикле, применялась для обобщения и систематизации знаний о тригонометрических функциях. При этом одновременно в свернутом виде реализовались способы табличного, графического и аналитического описаний функций для выяснения поведения графиков синуса и косинуса в зависимости от разных параметров, в результате чего моделировалась формула гармонического колебания и раскрывались ее прикладные области. Более детально данная методика описана нами в журнале «Совет мэк-тэбс»¹⁵⁷. Ее можно применять как в условиях нашей модели обучения, так и при традиционном обучении.

Целостная модель методики развивающего обучения математике проверялась на материале курса алгебры и начал анализа как самостоятельная, в условиях одного учебного предмета, а также в рамках комплексного эксперимента, ориентированного на взаимосвязь всех основных учебных предметов в профтехучилище.

В основу методики была положена описанная выше диалектически развивающаяся система способов познавательной деятельности. Приведем качественную характеристику результатов второго (комплексного) варианта эксперимента, которую дали сами преподаватели.

В результате проведенного эксперимента у учащихся наметились сдвиги в знаниях, умениях, навыках и качествах личности. Учащиеся стали лучше владеть терминологией, языком, в частности переводить язык математических обозначений на физику и технику, научились видеть в формулах из дисциплин профтехцикла математические закономерности, в графических изображениях (графиках) производственных и технологических процессов приобрели навыки распознавания видов функциональных зависимостей. Значительное число учащихся овладело умениями математизировать ситуации производственного характера: выявлять характер числовых зависимостей, составлять уравнения и неравенства. Учащиеся стали лучше решать задачи прикладного характера, более сильные из них научились самостоятельно составлять задачи по материалам производства. Усилился интерес к чтению математической литературы по прикладным вопросам математики.

В соответствии с рассматриваемым деятельностным подходом нами был построен экспериментальный курс алгебры и начал анализа

¹⁵⁷ См.: Барболин М. П., Миннекаев Р. Р. Тригонометрик функциялар турында белемнэрне гомумилэштэру // Совет мэк-тэбсе. 1984. № 10. С. 46–47.

на подготовительном отделении. Здесь он дал возможность решить одну из самых трудных дидактических задач, заключающуюся в том, что в максимально сжатые сроки (от 6 до 9 месяцев) необходимо повторить, а иногда и изучить вновь весь материал курса алгебры и арифметики, начиная с операций над многозначными числами.

В нашем эксперименте на изучение материала было отведено 6 месяцев. Изучение математики мы были вынуждены начать с действий сложения и вычитания многозначных чисел. Именно это и вызвало необходимость сначала укрупнения дидактических единиц, а затем и применения деятельностного подхода.

Основными объектами изучения были математические методы и способы познавательной деятельности. В качестве ведущих были выделены методы и приемы выполнения арифметических операций с различными числами, приемы выполнения тождественных преобразований, методы решения уравнений и неравенств, методы исследования функций. Это дало возможность одновременно повторять различный по содержанию материал. Например, одновременно повторялись действия с обыкновенными дробями и тождественные преобразования рациональных выражений, свойства и методы решения уравнений и неравенств, свойства и методы исследования линейной, квадратичной, обратной пропорциональности, показательной, логарифмической и степенной функций.

Эксперимент показал, что такой подход к изучению материала 1) значительно сокращает время; 2) формирует такие качества, как системность, гибкость, оперативность, диалектичность; 3) позволяет одновременно изучать материал разных уровней обобщенности и за счет этого по-новому его структурировать; 4) предоставляет большие возможности для организации самостоятельной познавательной деятельности учащихся, дифференциации и индивидуализации обучения, развития творческих способностей учащихся.

Группа обучаемых включала семь человек. Все они начинали даже нельзя сказать повторение, а именно изучение материала с «азов» арифметики — с состава числа. В конце обучения все они успешно сдали вступительные экзамены и поступили в институт.

С целью изучения влияния результатов исследования на практику обучения, в частности деятельность преподавателей, в рамках исследовательской программы по адаптации выпускников пединститута (проводимой Вологодским государственным педагогическим институтом) последним была предложена анкета, где среди множества дру-

гих были поставлены вопросы, связанные с управлением познавательной деятельностью и методической организацией процесса обучения математике.

На вопрос о наличии затруднений в подборе форм организации познавательной деятельности учащихся 66,6% выпускников ответили, что затруднений не испытывают, в то время как средний уровень затруднений по различным аспектам организации процесса обучения (включая не участвующих в эксперименте) составил около 30%. Выше среднего (45,5%) оказался уровень выпускников, не имеющих затруднений в преподавании основных идей и понятий курса.

При сравнении таких компонентов учебно-познавательной деятельности, как восприятие, осмысление, закрепление, ответивших, что не испытывают затруднений при осмыслении, оказалось на 8,4% выше, чем ответивших, что не испытывают затруднений при организации восприятия, и на 6,9% выше, чем тех, кто не испытывает затруднений при закреплении материала.

Еще большей оказалась разница при ответе на вопрос об организации применения результатов познавательной деятельности. В сравнении с восприятием она выше на 25,4%, а в сравнении с закреплением — на 21,9%.

Показателен также такой факт, что при ответе на вопросы о преподавании основных идей и понятий, организации осмысления и применения ни один выпускник не поставил знак «+» в графе под названием «Испытываю существенные трудности».

Все это свидетельствует о повышении качества подготовки преподавателей к управлению познавательной деятельностью учащихся и их методического мастерства в целом, что было отмечено в экспериментальных группах при сдаче государственных экзаменов.

Обобщая изложенное в настоящей главе, можно сформулировать основные выводы.

1. Исследуемый вариант модели методики обучения положительно влияет на развитие всех основных сторон познавательной деятельности учащихся и деятельности преподавателя.

2. В условиях предложенной модели могут быть на высоком уровне сформированы все основные качества знаний, способов деятельности и личности.

3. Построенная модель является гибкой и может быть адаптирована к различным конкретным условиям процесса обучения и его участников.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование подтвердило актуальность разработки теоретических основ методики развивающего обучения математике. Многие недостатки в практике обучения, в разработке общеметодических и частнометодических вопросов, в создании учебников связаны с тем, что на уровне методической теории до сих пор оставался нерешенным целый ряд вопросов стратегического характера, связанных с выявлением методологических основ построения целостной методики развивающего обучения, основных направлений изменения и развития ведущих составляющих процесса обучения математике. Используемый до сих пор в дидактике и методике деятельностный подход не позволял осуществить интеграцию всех компонентов процесса обучения в единое целое. Выделение способа деятельности как клетки учебного процесса и системообразующего элемента методики развивающего обучения позволило установить взаимосвязи между компонентами методической системы. А раскрытие структуры учебного познания явилось основой определения генеральных направлений развития компонентов методической системы. Полученные результаты исследования можно представить в виде следующих уровней научного знания.

Методологический уровень, включающий идеи концептуального характера, объяснение закономерностей и принципов построения методики развивающего обучения.

1. Выдвинута и обоснована **оригинальная концепция предметно-деятельностного подхода в обучении**, представляющая собой способ целостного и динамического изучения и построения процесса развивающего обучения предмету в условиях профессиональной школы, применение которой позволило вскрыть состав, структуру и закономерности формирования познавательной деятельности, разработать систему приемов и способов познавательной деятельности, построить динамическую модель методической системы развивающего обучения математике, предложить методику управления познавательной деятельностью учащихся с использованием дидактических методов в условиях современного урока.

2. Вскрыта **коренная закономерность обучения — обусловленность эффективности учебного процесса в целом и процесса формирования знаний, умений и навыков характером способов**

познавательной деятельности. Способ познавательной деятельности включает в себя основные противоречия процесса обучения: внешнего и внутреннего, логического и психологического. Поэтому он образует ядро и основное содержание педагогической ситуации в процессе обучения. В то же время способ познавательной деятельности может рассматриваться как основная клеточка процесса обучения предмету и как основа его развития, поскольку он аккумулирует в себе содержание всех составляющих учебного процесса.

3. Выявлена **методологическая основа, позволяющая построить целостную структуру учебного познания** в условиях взаимосвязи общеобразовательной и профессиональной подготовки учащихся и позволяющая установить основные направления развития учебного процесса как целого и основных его составляющих: целей, содержания, методов учения, методов преподавания, средств и форм организации познавательной деятельности.

4. **Выявлены и обоснованы принципы организации познавательной деятельности:** принцип целеполагания, указывающий на необходимость постановки цели, определяющий направления познавательной деятельности; принцип первичности и определяющей роли математического содержания и его особенностей в обучении математике; принцип ступенчатости при обеспечении усвоения содержания познавательной деятельности; принцип многоуровневой цикличности; принцип материализации процесса и результатов познавательной деятельности; принцип свертывания и обобщения способов познавательной деятельности; принцип сочетания взаимно дополняющих форм познания; принцип единства логической структуры способов познавательной деятельности независимо от учебного предмета; принцип циклической взаимосвязи содержательной и процессуальной сторон познавательной деятельности.

Теоретический уровень, связанный с раскрытием, объяснением и обоснованием состава и структуры понятий и категорий учебного процесса и методики обучения математике.

1. Раскрыта **сущность процессов интеграции и дифференциации математических и профессионально-технических знаний.** Показано, что это две стороны единого процесса диалектического синтеза различных видов знаний. Основным дидактическим средством этого синтеза являются способы познавательной деятельности.

2. Построена **модель учебного познания**, раскрывающая логическую и психологическую структуру учебного познания в процессе формирования математических знаний.

3. На основе модели учебного познания **объяснена логика развития знаний, приемов и способов познавательной деятельности**, которая характеризуется многоуровневой цикличностью, являющейся отражением законов диалектики в структуре учебного познания. **Определены состав и структура системы приемов и способов познавательной деятельности.**

4. Построена **обобщенная модель способа познавательной деятельности**, сочетающая в себе внешнее и внутреннее, логическое и психологическое. На основе этой модели построены все виды приемов и способов познавательной деятельности, применяемые в процессе формирования математических знаний и в процессе синтеза математических и профессионально-технических знаний.

5. Раскрыта **методическая структура учебного процесса и построена методическая модель**. Показано, что в условиях бинарной деятельности преподавателя и учащихся ядром методической системы учебного предмета является содержание, а системообразующим фактором служат способы познавательной деятельности. Содержание методической системы определяет внутреннее содержание способов познавательной деятельности. **Сущность методики развивающего обучения** предмету есть не что иное, как отражение содержания и закономерностей изменения компонентов методической системы в способах познавательной деятельности.

6. Исходя из сущности методики развивающего обучения, раскрыто **содержание и закономерности развития компонентов методической системы**. Содержание и направления развития целей, содержания, методов учения, средств и форм познавательной деятельности определяются содержанием и структурой учебного познания и подчиняются принципам организации познавательной деятельности.

Прикладной уровень, включающий знания об элементах познавательной деятельности, о методике их формирования в конкретных условиях и на конкретном содержании, об управлении развитием учебного познания.

1. Выделены характеристические **признаки познавательной задачи**, позволяющие отличать ее от других видов учебных задач. Дана классификация познавательных задач с позиций профессиональной подготовки в условиях целостной структуры учебного по-

знания. Выделены признаки, позволяющие определять конкретные виды задач: математические, политехнические, профполитехнические, профессиональные, производственные.

2. Дано новое с позиций деятельностного подхода **определение понятия «метод учения».**

3. С позиций целостности процесса обучения предмету предложено **определение понятия «методика обучения математике».**

4. Показана **связь содержательной и процессуальной сторон познавательной деятельности в процессе формирования системы математических знаний.** Раскрыта структура познавательной деятельности в процессе формирования отдельных элементов этой системы: математических понятий, математических методов, (способов решения задач. Определены методические приемы, обеспечивающие их усвоение.

5. **Описана система знаний учащихся об элементах математической теории:** математических понятиях, математических методах, математических задачах и соответствующих им элементах научного познания.

6. Построенная **методическая система соотнесена с дидактической системой методов обучения** через зависимость выбора методов от характера способов познавательной деятельности и уровня их усвоения учащимися.

7. Построенная **методическая система соотнесена со структурой современного урока.** Показано, что внутреннее содержание структуры последнего образуют способы познавательной деятельности, они определяют характер всех остальных подструктур урока и могут использоваться в качестве средства конструирования всех его элементов.

Таким образом, результатом проведенного исследования явилось открытие нового направления в методике обучения, связанное с изучением и моделированием целостного учебного процесса, включающего все основные компоненты методики учебного предмета. При этом нами исследованы лишь генеральные направления такого подхода на примере методики обучения математике.

ЛИТЕРАТУРА

Взаимодействие наук. Теоретические и практические аспекты. М., 1984.

Клайн М. Математика. Поиск истины. М., 1988.

Ломов Б. Ф. Методологические и теоретические проблемы психологии. М., 1984.

Осуга С. Обработка знаний. М., 1989.

Проблемы логики и методологии науки. Новосибирск, 1982.

Ракитов А. И. Историческое познание: системно-гносеологический подход. М., 1982.

Системные исследования. Методологические проблемы. Ежегодник. 1984. М., 1984.

Философия. Естествознание. НТР / Ред. кол.: Ю. В. Сачков. Фам Ныи Кьонг (отв. ред.) и др. М., 1986.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	3
Методологическое обоснование логики и структуры исследования (вместо введения).....	4
<i>Глава 1.</i> Теоретические основы познавательной деятельности в процессе формирования знаний в профессиональной школе.....	14
§ 1. Гносеологические основы построения целостной структуры учебного познания в профессиональной школе.....	14
§ 2. Синтез естественнонаучных и профессионально-технических знаний.....	26
§ 3. Структура познания в процессе формирования знаний.....	40
§ 4. Структура мышления в процессе формирования знаний.....	52
§ 5. Принципы организации познавательной деятельности при формировании знаний.....	76
<i>Глава 2.</i> Состав и структура познавательной деятельности в процессе формирования знаний в условиях взаимосвязи общеобразовательной и профессиональной подготовки	81
§ 1. Состав и структура системы познавательной деятельности.....	81
§ 2. Система приемов познавательной деятельности	91
§ 3. Система способов познавательной деятельности	102
<i>Глава 3.</i> Взаимосвязь содержания обучения и процесса познавательной деятельности	122
§ 1. Взаимосвязь содержания и способов познавательной деятельности	122
§ 2. Способы познавательной деятельности при формировании понятий.....	125
§ 3. Способы познавательной деятельности при изучении методов.....	139
§ 4. Способы познавательной деятельности при решении задач.....	158

<i>Глава 4.</i> Состав, структура и закономерности функционирования методической системы управления деятельностью.....	167
§ 1. Методическая структура учебного процесса	167
§ 2. Состав, структура и закономерности развития методической системы как целостности.....	177
§ 3. Состав, структура и закономерности развития системы целей обучения	190
§ 4. Состав, структура и закономерности развития содержания обучения.....	199
§ 5. Состав, структура и закономерности развития системы методов учения.....	213
§ 6. Состав, структура и закономерности развития системы методов преподавания.....	218
§ 7. Состав, структура и закономерности развития системы средств познавательной деятельности.....	223
§ 8. Состав, структура и закономерности развития системы форм познавательной деятельности.....	231
<i>Глава 5.</i> Описание и результаты опытно-экспериментальной работы.....	239
§ 1. Общая характеристика опытно-экспериментальной работы и внедрения результатов исследования.....	239
§ 2. Содержание и методика экспериментального исследования.....	244
§ 3. Основные результаты экспериментального исследования.....	251
Заключение.....	272
Литература.....	276

БАРБОЛИН Михаил Павлович

Научное издание

**МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
РАЗВИВАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ
2-е издание**

Подписано в печать 13.04.2015. Сдано в печать 13.04.2015.
Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная.
Печ. л. 17,5. Тираж 500 экз. Зак. 23.

ООО Издательский дом «Петрополис»
197101, Санкт-Петербург, ул. Б. Монетная, д. 16,
офис-центр 1, 2 эт., пом. 22, тел.: 336-50-34.
E-mail: info@petropolis-ph.ru
www.petropolis-ph.ru

Отпечатано в типографии «Град Петров»
ООО ИД «Петрополис»
197101, Санкт-Петербург, ул. Б. Монетная, д. 16.